

శ్రీ రామకృష్ణ శారదా పఠనమందిరిము.
శ్రీ సీతారామచంద్ర పుస్తకభాండాగారము, వల్లూరు.

పుస్తకము పేరు పేరు ము గ చి ర ము

పుస్తకము నెంబరు పుస్తకము వెల రు 1-6-0

1. పుస్తకములు ఒక వారముకన్న ఎక్కువగా నిలుపుకొన కూడదు.
2. పుస్తకములు యితరులకు మార్చకూడదు లేక బగలగా యివ్వకూడదు.
3. పుస్తకములు బాగ్ర త్రగా ఒప్పుగించవలయును, అటుల కానియెడల పుస్తకముల ఖరీదు వెనుకలు చేయబడును.

పోలేపల్లె వెంగన్నశ్రేష్ఠి,

అధ్యక్షుడు.

తేది. 22-5-69

N. B:

Book Name... ప. రామకృష్ణ శారదా పఠనమందిరిము...

Book No... 1-6-0... Book Price Rs. 1-6-0...

1. Books should not be kept for more than a week.
2. Books should not be transferred or lent to others.
3. Books should be delicately handled, otherwise cost will be recovered.

Polepalle Venganna Chetty,

Date 22-5-69

President.

త

జానకీ బెన్, పోలేపల్లె.

ది. తొలుత పురిని తెలిసికొనుటవలన నూలుకు సంబంధించిన విషయములున్ను, నూలు బలము, సమానత మున్నగు వానికి సంబంధించిన విషయములున్ను సులభముగా గ్రహ్యమగును.

పురియొక్క నూలయైన లెక్కను తెలిసికొనుటకు కేవల మొక చిన్న సూత్రమును జ్ఞప్తియందు దిడికొనుటవలన పని సాగిపోగలదు. కాని వాస్తవమునకు వడుకు శాస్త్రమునగా

పక్షు కు గణితము

ప్రకరణము 4

నూలు పుర

రాశితంత్రపులు— నేటివరకు తయారైన మూడు
రణములలో నూలుయొక్క ఆకారమునకు సంబంధించిన
యములను గురించియు, నూలుకొలత, తూకములయొక్క
భానము, లెక్కలు, సంజ్ఞలను గురించియు విచారణ చేయ
వలసివచ్చింది. నూలు తరగతిని గురించి యిప్పటివరకు ఏమియు
కొనబడలేదు. దీనినిగూర్చి చర్చింప నారంభించుటకు
ర్యము నూలు పురిని గురించి యోచించుటవరము.
నూలును రూపొందించుటలోను, దాని తరగతిని నాణ్యముగా
తయారుచేయుటలోను పురి విశేష ప్రాముఖ్యముకలిగి యున్న
ది. తొలుత పురిని తెలిసికొనుటవలన నూలుకు సంబంధిం
చిన విషయములున్ను, నూలు బలము, సమానత మున్నగు
వానికి సంబంధించిన విషయములున్ను సులభముగా గ్రహ్య
మగును.

పురియొక్క స్థూలమైన లెక్కను తెలిసికొనుటకు
కేవల మొక చిన్న సూత్రమును జ్ఞప్తియందు పెట్టికొనుటవలన
పని సాగిపోగలదు. దాని వాస్తవమునకు వదులు శాస్త్రమనగా

పురియొక్క శాస్త్రమే. తంతువులను పురిపెట్టి దారము తీయుటయే వడుకుట కర్థము. కావున వడుకు శాస్త్రము నభ్యసించు వారలకు కేవలము పురులసంఖ్యకు సంబంధించిన లెక్కలుగాని, నియమములుగాని తెలిసికొనుట సరిపోదు. పురికి సంబంధించిన యావద్విషయములను తెలిసికొనుట యవసరము. కావున నీ ప్రకరణములో లెక్కలతోపాటు పురియొక్క గుణధర్మములు, పురిపెట్టునట్టి విధానము, పురిపెట్టునట్టి సాధనములనుగూర్చి చర్చించుటయు, పోల్చుటయు యుక్తమని భావించితిమి. ఈ విధముగ కొంతవరకు విపులీకరించుట వలన ఈ ప్రకరణ స్వరూపమును రాట్నముయొక్క సూలాలలోకనముగా భావించి దీని నభ్యస్త మొనర్పవలెను. కేవలము ప్రయోగరంగములో తటస్థించునట్టి పురిసంబంధములగు మిక్కిలి సూక్ష్మ విచారణల నిండు వదలివేసితిమి.

పురియొక్క పరిశోధన: — ప్రకృతి జనితములైన చిన్న చిన్న తంతువులను జేర్చి మానవుడు దారమును, ఆ దారముతో వస్త్రమును తయారుచేసినాడు. నేడు తంతువులను పురిపెట్టి దారము తీయుట మిక్కిలి సులభమైన సామాన్య విషయముగా గోచరించుచున్నది. కాని పురిని కనుగొన్ననాటి కాలమున అదియొక యద్భుత విషయముగ జూపట్టి యుండనోవు. మానవుడు నేటివరకు ఎన్నో విషయములను కనుగొని యున్నాడు. రెండు భిన్న పదార్థములనుగాని లేక ఒకే జాతికి సంబంధించిన పదార్థముయొక్క రెండు ఖండములు, కణములు లేక భాగములనుగాని కలుపుటకు అతడనేక విధములగు వస్తువులను, విధానములను పరిశోధించినాడు.

కాగితము నతుకటకు జిగురు తదితర పదార్థముల నన్వేషించినాడు. లక్క, సర్వీసులతో కొయ్య, యెముకలు మున్నగు పదార్థముల నతికించినాడు. ఇటుకలను అడుసు, సున్నము, సిమెంటులతో చేర్చినాడు. గుడ్డను నూది, దారములతో కుట్టినాడు. అనేక విధములగు ఘనపదార్థములను గసికతోగాని, మేకుతోగాని తాపటము చేయుటకు లేక మరమేకులతో కలుపుటకు ప్రయత్నించినాడు. చిన్న చిన్న మృత్ కణములతోను, ఇసుక రేణువులతోను నిప్పు, నీరువంటి పరస్పర విరోధాత్మకములైన రెండు ప్రాకృతికశక్తుల సహాయమున కలుపుట కుపాయము కనిపెట్టి ప్రాతలను, ఇంటి కప్పులను, ఇటుకలను, వివిధములగు గ్లాసులను మరియు వానితో ననేక పదార్థములను సృష్టించినాడు. తుంగగడ్డి, వెదురు— ఈ రెంటిని జేర్చి చాపలు, బుట్టలు, విననకర్రలు, డోళ్లు, తడికెలు, ఇంటికప్పులు నిర్మించినాడు. ఈ విధముగా మానవుడు తంతువులను పురిపెట్టి దారమును, దారములను జేర్చి వస్త్రమును సృష్టించుటకు పరిశోధన గావించినాడు. జిగురు, లక్క, సర్వీసు, అడుసు, సున్నము, సిమెంటు, మేకులు, కొయ్యచిసలు,— ఇవి యన్నియు తదితర వస్తువులను అంటించునట్టి ప్రత్యేక పదార్థములుగా బోగొనబడినవి. బట్టిలో ఉడక బెట్టుట, కూర్చుట, పెనవేయుట, నేయుట— ఇవి యన్నియు కణములను లేక తంతువులను కలుపునట్టి విధానములని చెప్పబడినది.

తంతువులతో వస్త్రమును తయారుచేయుటలో వస్తువుల నంటించునట్టి పదార్థములు ఉపయోగించబడలేదు (గంజిపెట్టు

నట్టి క్రియతప్ప) కాని వానిని కలుపునట్టి విధానములు అనుష్ఠింపబడినవి. అధునిక పరిశోధనకర్తలు పురిపెట్టునట్టి క్రియను విసర్జించి తంతువులనుగూడ నంటించి వస్త్రమును నిర్మించుటకు ప్రయత్నించి అందు విశేషముగ కృతకృత్యులైరి. దీని వ్యావహారికోపయోగము ఇంకను ప్రారంభము కాకపోయినను నేడిటి కల్పన పరిహాసాస్పదముగ భావించబడలేదు.

తొలికూర్పు:— పురి ఏవిధముగను స్వతంత్రమైనది కాదు. అయ్యది దారమువంటి పదార్థములతో సృష్టించబడిన ఒక ప్రత్యేక పరిస్థితి అయియున్నది. ఇట్టి పరిస్థితి ఏవిధముగను నిరాశ్రయముగా లేదు. ఏదేనొక తంతువు, లేక తాడువంటి పదార్థముయొక్క యాధారమువలననే అయ్యది గోచరింపగలదు. వస్త్రనిర్మాణము పురిపెట్టుట, అతుకుట, కూర్పుట లేక నేయుట— ఈ చిన్న ప్రక్రియలపై నాధారపడియున్నది. తంతువులను పురిపెట్టి దారము తీయుట వీనిలో నన్నిటి కంటె మొట్టమొదటి ప్రక్రియ. ఇయ్యది తంతువులయొక్క తొలికూర్పుని చెప్పబడును. ఈ కూర్పుయొక్క ప్రక్రియ పురిపెట్టుటయనియు, ఏతత్ఫలితము పురియనియు బేర్కొందురు. ఈ ప్రకరణములో మనము “పురి” “పురిపెట్టుట” ఈ సంబంధించిన లెక్కలను పరిశీలించవలసియున్నది. దానితో పాటు వాని యుపయోగముగూడ చెలిసికొనవలసియున్నది.

పురి తక్కువగల దారము:— పురిద్వారా తంతువులు ఒకదాని నొకటి పట్టుకొనును. పురి విస్తారముగా నున్న కొలది ఈ పట్టు దృఢముగా నుండును. పురి తక్కువగా

నున్నచో పట్టు వచ్చుటగానుండును. పట్టు వదులుగానున్న దారమును లాగినచో పట్టు అందుండు తంతువులు ఒకచాని నుండి యొకటి జారిపోవును. మరియు వాటిపట్టు విప్పకొని దారము తెగిపోవును. ఈవిధముగ తెగిపోవుట తంతువులుజారి దారము తెగుటయని చెప్పబడును. ఈరీతిగ తంతువులు జారి తెగునట్టి దారము పురి తక్కువ దారమనిగాని, కచ్చాదార మనిగాని చెప్పదురు. అనగా కావలసినదానికంటె తక్కువ పురిగల దారము కచ్చాదారమని చెప్పబడును. గుజరాతీ భాషలో దీనిని “ఫీసా” నూలని చెప్పదురు. తంతువులు జారి పోవుటవలన తెగునట్టి నూలు పైయర్థములో హిందూస్తానీలో గూడ వ్యవహరింప దగియున్నది.

ఎక్కువ పురిగల దారము:—తక్కువ పురివలన దారము నిరుపయోగముగా నుండునట్లే ఎక్కువ పురిపెట్టుటవలన నది బిరుసెక్కి నిరుపయోగమగును. పురితక్కువ నూలు త్వరితముగా తెగుచు అందు ఆకర్షణకు తట్టుకొనగలుగునట్టి తక్కువగా నున్నట్లే యెక్కువ పురిగల దారముకూడ స్వల్పమైన లాగుడువలనగాని, గుంజుటవలనగాని తెగిపోవును. కాని కచ్చా దారమునలె బిరుసుదారము తంతువులు జారిపోవుటవలన తెగి పోవు. అయ్యది తంతువులు తెగుటవలన తెగిపోవును.

సమానమైన పురిగల దారము:—పురిలో హెచ్చు తగ్గులుండక కావలసిన పురిగలది సమానమగు పురిగలదార మనబడును. సరిగా పురిపెట్టబడిన దారములోగల విశేషమేమనగా అది తంతువులను జారిపోనీయదు. ఆ దెన్నెంటునే అది

నేరుగా తంతువులమీద, వాటికి మరింత యాకర్షణము సహించు నట్టి శక్తి, సాధ్యమైనంత హెచ్చుగ నేర్పడియుండునంతగానే యొత్తిడి కలిగించును. ఇందువలన నూలులో సరియైన పురియున్నది లేనిది పరీక్షించునపుడు కేవలము నూలుయొక్క బలమునేగాక, నూలులోగల వంగునట్టి గుణమునుగూడ (Flexibility) దృష్టిలో నిడికొనవలెను.

తెగుటలో రెండు విధములు:—ఎక్కువగా లేక సమగ్రముగా పురిపెట్టబడిన దారములో తంతువులు జారిపోజాలవు. అవి తెగినప్పుడుమాత్రమే వేరు కాదగిన మేరకు అంటుకొనియుండును. వదలిపోయి వేరుపడవు. పురిలేని నూలులో తంతువులే విప్పుకొని జారిపోయి దారము తెగును. అట్లు దారము తెగుట మొదటివిధమని చెప్పబడును. పెళుసు లేక తెన్నగా పురిపెట్టబడిన దారములో తంతువులు తునిగిపోవుటవలన తెగునట్టి దారము రెండవవిధమని పేర్కొనబడును.

గుణపాఠ్యాన్యము:—ఇంతవరకు బలముగలనూలు, బలహీనమైన నూలు, నూలు తెగునట్టి విధములను గురించి శాస్త్రీయముగా వివేచించబడినది. కాని యిట్లు వివేచించి గావింపబడిన సమగ్రవర్గీకరణములో చేరలేని దారములు అరుదుగా గోచరించును. విశేషముగా నూలు అందు కొన్ని తంతువులు తక్కువగా పురిపెట్టబడినట్లును, కొన్ని సరిగా పురిపెట్టబడినట్లును, కొన్ని హెచ్చుగా పురిపెట్టబడినట్లును కానవచ్చును. అనగా విశేషముగా దారములో మూడువిధములును కలిసియుండును. మానవునియందు మూడు గుణములు బుధితమై

యుండును. కాని ఆ మూటిలోను ఏ గుణము ప్రధానమైనదో అతడా గుణము గలవాడనియే పేర్కొనబడును. అచేవిధముగ దారముకూడ పైన వివేచించబడినరీతిగా దానియందలి ప్రధాన గుణమునుబట్టి తక్కువ పురికలదనిగాని, హెచ్చుపురి కలదని గాని, సమానమైన పురికలదనిగాని చెప్పబడును.

పరీక్ష :— ఈ గుణపరీక్ష తత్పరిజ్ఞానమువలనగాని, యంత్రములద్వారాగాని చేయుదురు. సాధారణముగా మూ మూలు వ్యవహారములలో అనుభవజ్ఞాన ముపయోగించబడును. కాని ఆపైపైపై పరిశీలక కారణములవలన పురుల సంఖ్యను సరిగా తెల్పించుటకు యంత్రములద్వారా పరీక్షించుట ఆవశ్యకమగును. దారమును అనుభవజ్ఞానముద్వారా పరీక్షించ వలసినచ్చినపుడు ప్రేళ్ళతో పట్టుకొని దారమును నెమ్మదిగా లాగుదురు. అది తెగునట్టి ధ్వనిని చెవులతో నాలకించి తంతువుల కలయికను కండ్లతో పరిశీలించెదరు. తెగునపుడు దారము యొక్క తంతువులు విప్పకొనునట్టి లేక తునిగిపోవునట్టి ప్రక్రియ కొంతవరకు దృష్టికి గోచరింపగలదు. ప్రేళ్ళకు శ్రమకలుగక ఏవిధమగు ధ్వనియు వినరాకున్నయెడలను లేక మిక్కిలి మెల్లగా తంతువులు వారిపోవునట్టి “పున్” అను ధ్వని వినబడినయెడలను ఆ నూలులో మొదటి గుణము అధికముగా నున్నట్లు గ్రహించబడును. ఆ దారము పురిలేనిదిగా పరిగణింపబడును. తెల్పించుటలో కొంచెము శ్రమకలిగించి ‘టప్’ అని ధ్వనించి నచో ఆ దారము రెండుమూడు తరగతులతో నేడేనో తరగతికి చెందియుండవచ్చును. రెండవ తరగతికి చెందినది, అనగా దీరును నూలైనచో దానిలో పురి ఘనీభావము హెచ్చుగాను

వంగునట్టి గుణము, మే తదనము తక్కువగాను గోచరించును. చిలపలోత్రతిచోట మెలికెలు కాన్పించును. చిలప నొక వ్రేలి మీద వ్రేలాడించి దాని రెండవ కొనను వదలివేసినచో అది ముంగురులనలె విశేషముగా ముడుచుకొనిపోవును. ఇట్టి దోషములు లేక బలముకలిగి తెగునపుడు ధ్వనికూడ వచ్చునెడల అట్టిదారమందు మూడవగుణము ప్రధానముగానున్నట్లు పరిగణింపబడును. అదారము సరియైన పురికలదని చెప్పబడును.

యంత్రముద్వారా పురిని రెండు కారణములవలన పరీక్షించెదరు. (1) పురుల సంఖ్యను తెలిసికొనుట, (2) పురి యందలి ప్రభావము లేక పట్టును తెలిసికొనుట. ఈ రెండికిని వేరు వేరు సాధనములుండును. కాని మే మిచ్చట అందును గురించి చర్చించ బోవుటలేదు.

కొన్ని నూత్నాంశములు:— పురుల సంఖ్య పూర్తిగా నున్నప్పటికీ అప్పుడప్పుడు తంతువులు జారిపోవుటకు అవకాశముండును. తంతువులు దృఢముగా నంటుకొని యుండుట కేవలము పురులసంఖ్యపై నాధారపడి యుండదు. అయ్యది తంతువుయొక్క పొడవుమీదను, తంతువు సరియగు పద్ధతిలో చిక్కుకొనెనా లేదా యను విషయముమీద గూడ నాధారపడియుండును. తంతువు పొడవు మిక్కిలి తక్కువగా నున్నయెడలను, పొడవు హెచ్చుగా నున్నప్పటికీ పురిలో పట్టుకొనబడిన దాని భాగమందలి పొడవు తక్కువగా నున్నయెడలను పురుల సంఖ్య పూర్తిగా నున్నను తంతువు జారిపోవచ్చును. పురుల సంఖ్య సరిగా నున్నదా లేదా యను విషయము సగటు తంతువులు సరిగా పట్టుకొనబడినవా లేదా, దారముయొక్క

సగటు తావు ననుసరించి అది కావలసినంతగా ఉన్నదా లేదా అను సంశయమునుబట్టి నిర్ణయించబడును. కొన్ని తంతువులు సగటు తంతువుకంటె మిక్కిలి చిన్నవిగా నుండును. కొన్ని తంతువులు పొడవుగానున్నను అవి జారిపోవుటకు గల కారణ మేమన ఎచ్చటనుండి దారము తెగుట కారంభించునో అచ్చటనుండి తంతువుయొక్క కొనయొకటి పొడవుగా నుండియు దాని రెండవకొన దారము ముందరనుండు భాగములో చాల తక్కువగా నుండియుండును. అట్టి చిన్న కొన తెగి వేరుపడదు. దారములో పూర్తిగా పురియున్నప్పటికి అది పొడవు తక్కువ వలన నొకవైపునుండి జారి వెలుపలికి వచ్చివేయును. అప్పుడప్పుడు తంతువు పొడవుగానున్నను అడ్డదిడ్డముగా తిరిగి ద్విగుణీకృతమై పట్టుకొనబడును. అప్పు డప్పుడు దాని మొదటికొన పురియందు చిక్కుకొన్న పిన్సుట కేషించిన భాగము వేళ్ళపట్టునుండి వశముదప్పి వదులుగానున్న స్థితిలో పురిపెట్టబడును. హెచ్చుగా సాగిన తంతువులును, తక్కువగా సాగిన తంతువులును, పూర్తిగా వదులైయున్న తంతువులును ఒకేస్థానమున పురిపెట్టబడుటవలన దారమున కెట్టిసిద్ధి యేర్పడునది తెలిసికొనుట యవసరము. దీనిని చక్కగా తెలిసికొనుటకు ఏదేనొక లావుత్రాడు తీసికొనుడు. ఒక సన్నని త్రాడును ముప్పేటచేసి దానిని లావుత్రాడుగా పురిపెట్టుచున్నామనుకొనుడు. అట్లు ముప్పేట చేయుటలో ఒక పేటను బిగివిగాను రెండవ పేటను తక్కువ బిగివిగాను, మూడవదానిని పూర్తిగా వదులుగాను ఉంచి పురిపెట్టినచో అది యెట్లు లావుత్రాడుగనో పరిశీలింపుడు. అది

గరుకుగాను, అందహీనముగాను, బలహీనముగాను తయారగును. ఏలనన వదులుగానున్న పేట అచ్చటచ్చట సరిగా వట్టుకొనబడదు. మూడు పేటలను ఒకేరీతిగ బిగిపుగానుంచి పురిపెట్టినప్పుడే దానివలన తయారైన లావుతొడు అందముగాను, వర్తులముగాను, ఒకేవిధముగ బలముగాను ఉండును.

నూలుకుకూడ ఇదే నియమము వర్తించును. చిన్న చిన్న తంతువులను, పొడవులో హెచ్చుతగ్గుగానుండు సన్నని తంతువులను సమానమగు నాకర్షణమందుంచుట యెట్లనునది క్లిష్ట సమస్య. పూర్తిగా వాటిని సమానముగ నాకర్షించుట యసంభవము. దారములో కొన్ని తంతువులు దారమును లెస్సగా పురిపెట్టినను, తంతువులను సాధ్యమయినంత యెక్కువ నేర్పుతో చిక్కించినను నిరంతరము తప్పనిసరిగా జారిపోవుచునేయుండును. ఇదికూడ నొక కారణము.

పురియందలి సమానత:—ఎంత నేర్పుతో వ్యవహరించినను దారములో అన్నిచోట్ల పురి ఒకేరీతిగ నుండజాలదని మాత్రము తెలిసికొనుట యవసరము. సాధారణముగ నెట్టి నూలులోగాని కొన్నిభాగములలో పురులసంఖ్య తదితరభాగములలోగల పురులసంఖ్యకంటె రెండురెట్లు లేక మూడురెట్లు కూడ నధికముగా నుండవచ్చును. పురి తక్కువగా నుండుచోట అది తెగిపోవును. పురియందలి సమానత చాల ముఖ్య విషయము. పురి సమానముగా నుండకపోవుటకు అనేక కారణములుండును. ఎట్లనగా వేరువేరు గుణములుగల తంతువులున్నచో పురి యసమానముగా నుండును. దారములో తంతువులసంఖ్య హెచ్చుగా నున్నభాగమున పురి తక్కువగాను తంతువులు

తక్కువగానున్న భాగమున పురి హెచ్చుగాను ఉండును. వడుకునపుడు హెచ్చుతగ్గుగానుండు కదురుచుట్లు మున్నగు సంశయములవలనగూడ పురియొక్క సమానతలో మార్పు కలుగును.

వస్త్రముపై పురియొక్క ప్రభావము :— పురివలన నూలుయొక్క శక్తిలోను, బలములోను ఏర్పడునట్టి మార్పును యోచించునపుడు నూలుయొక్క వంగునట్టి గుణములోగూడ (Flexibility) నెట్టిమార్పు ఏర్పడునో పరిశీలించవలెనని వైన చెప్పబడినది. వస్త్రమును దృష్టిలో నిడికొని విచారించునపుడు దాని పైమెరుపు, స్పర్శలలోను రంగును పీల్చుకొను, సమానముగా పీల్చుకొను దాని శక్తిలోను నూలునందలి హెచ్చుతగ్గు పురివలన నెట్టిమార్పు కలుగునోకూడ పరిశీలింప వలసివచ్చును. అప్పుడప్పుడు ఈ గుణముల నేర్పరుచుటకు దారమందలి పురిని కొంచెము తక్కువగా నుంచుటయు, దాని బలమునుగూడ తక్కువగా నుండనిచ్చుటయు వాంఛనీయముగా భావించబడును. ఇంతేగాక, దారములో ఒక పరిమితి వరకు పురి తక్కువగా నున్నప్పుడు దాని నేత చక్కగా నున్నచో ఆ వస్త్రము బలములోగూడ తులనాత్మకముగా (comparatively) నాణ్యమై యుండును. ఏలనన అందు వంగునట్టి గుణము హెచ్చుగానుండును.

హెచ్చుతగ్గు పురివలన కలుగు నష్టములు :— తక్కువ పురివలన కలుగు నష్టమేమనగా తక్కువ పురిగల దారము బలహీనముగా నుండును. మరియు దానిని నేయుట కష్టము. సాచ్చుపురివలన కలుగు నష్టములను తెలిసికొనుట అత్యంత

వశ్యకము. ఏ పరిమితిలో హెచ్చుగా పురిపెట్టబడునో అదే పరిమితిలో తంతువులమీద స్వయముగా పురియొక్క యాకర్షణ హెచ్చగుచుండును. ఆకర్షణ సహించునట్టి తంతువుల శక్తి పరిమితమై యుండును. పురియొక్క యాకర్షణము హెచ్చగుచున్నకొలది యితర బాహ్యకర్షణమును సహించునట్టి తంతువులశక్తి తగ్గిపోవును. ఈ తంతుశక్తి తగ్గిపోయిన నూలుతోగూడ వస్త్రము నేయుట కష్టము. మరియు నా వస్త్రమునకు మన్నిక తక్కువగానుండును. హెచ్చుగా పురిపెట్టినట్టి శ్రమ వ్యర్థమైపోవును. ఇట్టి నష్టము తేటతెల్లమే.

పురియొక్క యాకర్షణ మెట్లు?— హెచ్చుగా పురిపెట్టుటవలన తంతువులమీద నాకర్షణ మెట్లు వృద్ధిచెందునో తెలిసికొనుట సులభము. పరిమితిని మించి పురిపెట్టుటవలన దారము తెగి ముక్కలగునన్న సంగతి ప్రతి వడుకువారికిని తెలియును. ఇట్లు తెగుటకు కారణమేమి? పురి తంతువులను చేర్చుచున్నకొలది తంతువులు ఒకదానిపై నొకటి తిరుగుచు మెలివేసికొని పోవుచుండును. పురి పెరుగుచున్నకొలది తంతువులు ఒకదానితో నొకటి తిరుగుచు మిక్కిలి హెచ్చుగా పెనవేసికొనుచు పోవును. ఇందువలన నివి యెక్కువగా బిగుతరమగును. హెచ్చు పురివలన తంతువులు నూలుపరిధిమీద విశేషముగా చుట్టుకొనిపోవునపుడు అవి వాని పొడవులో ముడుచుకొన నారంభించును. అవి ముడుచుకొనునట్టి పరిమితకంటెకూడ, హెచ్చు పురి లభించేయెడల ప్రతి పురిలోను తంతువుయొక్క పొడవునకు సంబంధించిన భాగము బిగివిడందును. ఇట్టి బిగివి లేక యాకర్షణము పరిమితిని మించిపోవు

నపుడు ఆ తంతువు ఎక్కువ యాకరణమును పహింపజాలదు. ఇందువలన నేత నేయునపుడుగాని లేక వస్త్రము నుపయోగించునపుడుగాని యిట్టి తరగతి నూలు కొలదిగా నాకర్షించబడినచో తెగిపోవును. ఈ కారణముచేతనే నూలును ఎక్కువ పురిపెట్టుటవలన నష్టమేర్పడును. అది, తంతువుమీద దాని సిత్తిస్థాపకతయొక్క పరిమితికంటె హెచ్చుగా నాకరణముపడకుండునంతగామాత్రమే యుండవలెను. పదుకునపుడు ఈ యాకరణము పరిమితికి చేరినపిమ్మటగూడ పురిపెట్టుట గించబడునడల దారము తెగిపోవును.

హెచ్చుపురి, తక్కువపురిగల దారములకు గల తార తమ్యము:— మిక్కిలి తక్కువ పురిగల దారముతో మిక్కిలి హెచ్చుపురిగల దారమును పోల్చుటయే నిర్భరము. కాని ఈ రెండింటిలో నొకగాని నెన్నుకోవలసిన యవసరము కలిగినపుడు నేతవారు మొదటిదానిని అనగా కొంచెము తక్కువ పురికల దారమునే వాంఛించెదరు. హెచ్చు పురిగల దారమన్న వా రెల్లప్పుడును అసహ్యపడెదరు. ఇది సమంజసము కూడా. ఏలనన కొంచెము పురి తక్కువగల దారమును నాన పెట్టి నపుడుగాని లేక దానికి గల పెట్టినపుడుగాని అందిలి తంతువులయొక్క పరస్పర గ్రహణము కొలదిమేరకు పెంపొందును. ఈ గ్రహణము లేక పట్టు, పెంపొందుటవలన దానిని నేత కుపయోగించవచ్చును. నేత— ఇది తంతువులయొక్క అంతిమమగు మరియొక కూర్పు. ఈ రెండవకూర్పు బరిగిన పిమ్మట తంతువులు బారి దారము తెగిపోవుట కవకాశముండదు. కాని పరిమితినిమించి పురి పెట్టుబడిన దారము నేతకు

సంబంధించిన ప్రతి ప్రక్రియలోను తెగుచుండును. దాని నేత అనగా రెండవ కూర్పుకూడ నాణ్యమైనది కాబాలదు. ఇట్టి దారములో నేతకు పిమ్మటగూడ మితిమీరిన పురియాక ర్షణమువలన తగ్గిపోయిన యా తంతువుల శక్తి వృద్ధిపొంద బాలదు. ఇట్టి శక్తి లోపించుటవలనను, నేత బాగుగా లేక పోవుటవలనను ఇట్టి నూలుతో తయారైన వస్త్రము సయితము త్వరితముగా చినిగిపోవును.

పురులయొక్క సరియగుసంఖ్య:— ఈ దారములో తంతు వులయొక్క పరస్పర గ్రహణము పూర్తిగానున్నను అందుతో పాటు వాటికి బాహ్యకర్షణమును సహించునట్టి శక్తి యున్న ప్పడే యా దారము సరిగా పురిపెట్లబడినట్లు భావించబడును. ఎంతపురివలన ఈ పరిమితి లభించగలదన్నసంగతి అనేక ప్రయోగములు జరిపినపిమ్మట అనుభవము వలన నిర్ణయించ బడినది. ఇట్టి పరిమితియే సరియగు పురుల సంఖ్యయని చెప్పుదురు. మరియు నిట్టి పరిమితిని బట్టియే పురికి సంబంధించిన లెక్కలన్నియు చేయబడును. ఒక అంగుళము దారములో ఎంత పురియుండునో అదియే యాదారముయొక్క పురియనిగాని లేక యా దారముయొక్క పురుల సంఖ్యయని గాని చెప్పబడును. ఉదాహరణకు ఒక అంగుళము దారములో 20 పురులుండేయెడల ఆదారము 20 పురులు గలదని చెప్పబడును. లేక 20 పురుల సంఖ్యగల దారమని చెప్పబడును. నూలు సంబంధ ననుసరించి ఒక అంగుళము దారములో సరియగు పురుల సంఖ్య యెంతయుండవలసినది నిర్ణయించుటకొక ప్యావహారిక నూత్రిము దిగువ నివ్వబడుచున్నది.

సూత్రము — 1

$\sqrt{\text{నూలు సంబరు}} \times \text{పురియొక్క నియతరాశి} =$
ఒక అంగుళము నూలునందలిపురులు. సంగ్రహముగా నియ్యది
 $\sqrt{\text{సంబరు}} \times "ర" = \text{పురులనికూడ వ్రాయబడును.}$

త్వతీయ ప్రకరణములో నూలు వ్యాసము, నూలు సంబరు వర్గమూలముయొక్క యనుపాతమునుబట్టి మారునని మనము పరిశీలించినాము. ఈ నియమమే నూలుయొక్క పురికికూడ వర్తించును. పురికూడ సంబర్ల వర్గమూలముయొక్క యనుపాతములనుబట్టి మార్పుచెందును.

ఉన్న తారతమ్య మేమనగా పురి, సంబరు వర్గమూలముయొక్క ప్రత్యక్ష (Direct)ను పాతమువలన తగ్గుచు హెచ్చుచుండునపుడు వ్యాసము, సంబరు వర్గమూలపు వ్యతిక్రమముయొక్క (వ్యతక్రమము) యనుపాతమును బట్టియు, వ్యతిరేకానుపాతమునుబట్టియు మారుచుండును. ఈ యనుపాతమును నిర్ణయించుటకు సూత్రమందు తొలుత అంకము (అంకముయొక్క వర్గమూలము) నకు సంబంధించిన పదముంచబడినది.

నియతరాశి— రెండవ పదము నియతరాశికి సంబంధించినది. ఏ సంబరుకైనను దాని పురుల సంఖ్య కనుగొనుటకు సర్వసామాన్య సంఖ్యగానుండు సంఖ్యనే నియతరాశియందురు. త్వతీయ ప్రకరణములో వ్యాసమును పరీక్షించు సూత్రమునందనివ్వబడిన 27½ సంఖ్య “వ్యాసముయొక్క నియతరాశి” యని

చెప్పబడును. ఏలనన అది ప్రతి సంబంధ వ్యాసమును పరీక్షించుటకు ఉపయోగకరమైన సర్వసామాన్య సంఖ్యయై యున్నది. చేనూలుకు పురియొక్క సర్వసామాన్య నియత రాశి 4 గా నిర్ణయించబడినది. పురియొక్క నియతరాశికి సంగ్రహముగా “ర” యను సంజ్ఞ ఉపయోగించబడుచున్నది. అనగా చేనూలులో “ర” = 4 అని భావించబడును. మిల్లులలో పడుగు పేకల నూలుకు ఒకే విధమైన పురి పెట్టబడదు. పేక నూలుకు పడుగు నూలుకంటె కొంచెము తక్కువ పురి పెట్టబడును. అట్లే చేనూలుకంటె మిల్లునూలు పడుగుయొక్క పురికూడ తక్కువగా నుండును. ఇందువలన మిల్లునూలు పురిని పరీక్షించునట్టి నియతరాశి చేనూలు నియతరాశికంటె భిన్నముగా నుండును. మరియు పడుగు పేకల నూలుయొక్క నియతరాసులుకూడ వేరు వేరుగా నుండును. మిల్లునూలు పడుగుకు సాధారణముగా నియతరాశి $\frac{3}{4}$ గాను పేకకు $\frac{1}{4}$ గాను భావించబడుచున్నది.

మిల్లు ఏకుడులో తంతువులు సమానాంతరము చేయబడును. ఇందువలన మిల్లునూలులో తంతువు దానికిగల హెచ్చు పొడవులో బిగుతరమగును. చేపడుకులో తంతువు అడ్డదిడ్డమై తరుచుగా తక్కువ పొడవులో బిగివిడండును. మిల్లులలో చిన్న యేసులు తీసివేయబడును. అవి మన యేకులలో నిలిచియుండును. తంతువులయొక్క పరస్పర గ్రహణము ప్రబలముగా నుండుట కేవలము పురుల సంఖ్యమీదనే గాక తంతువుయొక్క పొడవుమీదగూడ నాధారపడి యుండునని తొలుత ఖైలుపబడినది. చేపడుకులో నీ పొడవు కొం

చెము తక్కువగా లభించును. ఇందువలన మన నూలును కొంచెము హెచ్చుగా పురిపెట్టుట ఉపయోగకరమని గ్రహించబడినది. మిల్లులకంటె చే నూలు వడుకులో చిన్న యేసుల దూది సర్వసాధారణముగా నెక్కువ ఉపయోగములో నున్నది. మన పురియొక్క నియతరాశిని కొంచెము పెద్దదిగా నుంచుట డేమకరమని భావించుటకు నిదికూడ నొక కారణము. దీర్ఘతంత్రువులు గల ప్రత్యేకమగు దూదితో ముతక నంబర్లు వడుకబడుచో చే నూలు వడుకులోగూడ కొంచెము తక్కువ పురి శ్రేష్టమని భావించబడుచున్నది. పడుగు పేకలకు నూలును వేరు వేరుగా నుంచుటలో మనకు వ్యావహారికమైన యిబ్బందులు కలవు. ఈ కారణమున వడుకులో రెండింటి నియతరాసులను వేరుగానుంచుట అసాకర్యముగా భావించబడినది.

ఏకుడు, వడుకు పద్ధతులలో గల తొరతమ్యమువలన చేవడుకు, మిల్లువడుకు— ఈ రెంటిలో పురియొక్క నియతరాసులు వేరు వేరుగా నుండునని మనము పైన పరిశీలించియున్నాము. కాని వాస్తవమునకు ఆ రెండు వడుకులలోను దూది రకము అనగా దాని తంత్రువుయొక్క పొడవు, ఘనత్వము మున్నగు వానియందలి భేదము ననుసరించియు, నూలు ముతకగాని, సన్నముగాని వడుకవలసియున్నచో దాని నంబరు ననుసరించియు, పురియొక్క నియతరాసిలో మరల మరింత సూక్ష్మభేదము లుండును. ఒక ప్రయోగకర్త భారత దేశమందలి దూది తరగతులపై ప్రయోగములుజరిపి నూలు

యొక్క గరిష్ఠబలమునకు పురియొక్క నియతరాశిని దిగువ రీతిగా నిర్ణయించినాడు !

తంతువు పొడవు అంగుళము ఒకటికి పురియొక్క
(అంగుళములలో) తంతువుయొక్క తూకము నియతరాశి

$$\left(\dots \frac{1}{10} \right)^6 \text{ ఔన్సులు} = \frac{1}{1000000} \text{ ఔన్సు}$$

0.75 కంటే తక్కువ	0.200 కంటే పైన	5
0.75 నుండి 0.80 వరకు	0.200 కంటే పైన	5
0.75 ,, 0.80 ,,	0.200 ,, తక్కువ	4½
0.90 ,, 1.00 ,,	0.200 ,, ,,	4½
1.00 ,, 1.10 ,,	0.150 ,, ,,	4
1.10 కంటే పైన	0.150 ,, ,,	3½

ఆ ప్రయోగశక్తయే మరియొక పట్టికలో నూలు నెంబరుల ననుసరించి పురియొక్క నియతరాశిని దిగువరీతిగా పేర్కొనెను.

నంబరు	పురియొక్క నియతరాశి.
14	5
24	4½
34	4½
45	4
70	3½

ఈ రెండు పట్టికలును 2 వ సంవత్సరపు మహారాష్ట్ర భాద్రపద శ్రీక ఒకటవ సంచికలో 15, 16 పుటలనుండి ఉదాహరించబడినవి. ఈ రెండు పట్టికలనుబట్టి దూది తంతువుల

యొక్క పొడవు హెచ్చుచున్నకొలదియు, లావు తగ్గుచున్న కొలదియు పురియొక్క నియతరాశి తగ్గును. నూలు సంబంధ కూడ సన్నమగుచున్నకొలది యా రాశి తగ్గుచుండును. కాని అది $\frac{3}{4}$ కంటె ఎన్నడునూ తక్కువ కాదు. ఈ పట్టికలు గరిష్ఠబలమునకు పురియొక్క ప్రత్యేక పరిమితిని తెలియ జేయును. కాని నూలులో పురి యెంతయుండవలసినది కేవలము బలమునుబట్టి నిర్ణయింపబడదని మనము పరిశీలించి యున్నాము. ఇందు మరికొన్ని యితర విషయములుకూడ నాలోచింపవలసి యుండును. కాని యిందలి సూక్ష్మశ్రేణులు ప్రయోగము ద్వారా తెలిసికొనవలసినవై యున్నవి. ప్రస్తుతము ఈ సూక్ష్మశ్రేణులను విడిచిపుచ్చి పురికి సంబంధించిన కేవల స్థూలవిషయములను విచారితము. కావున పైన నివ్వబడిన ఒకటవ సూత్రమును “ఒక వ్యావహారిక సూత్రము”గా భోగినినాము.

చే వడుకునకు సంబంధించిన మాయా లెక్కలలో పురియొక్క నియతరాశినిగురించి ప్రత్యేకముగా సూచించబడ నప్పుడు అది నాల్గని భావించియే వ్యవహరించవలెను. అనగా చేవడుకు లెక్కలలో ఒకటవ సూత్రము యొక్క స్వరూపము మామూలు పద్ధతిలో $\sqrt{\text{సంబంధ}} \times 4 = \text{ఒక అంగుళములో పురులసంఖ్య}$ అయియుండును. ప్రత్యేక ప్రయోగములలో గాని లేక అప్పుడప్పుడు దూది తంతువులలోని ప్రత్యేకతవల్ల కాని చే వడుకు, మిల్లువడుకులలో కూడ నియతరాశియొక్క యీ పరిమాణము మారి $\frac{3}{4}$ —5 కు మధ్యలోగాని, కొంచెము హెచ్చుతగ్గుగాగాని యుండవచ్చును.

కాని యిట్టి సందర్భములలో అట్టి సూచనకూడ ఇవ్వబడును. ఈ నియతరాశి సంఖ్య నిశ్చితమైన పిన్నుట ఒకటవ నూత్రము ననుసరించి పురియొక్క పరిమాణములకు సంబంధించిన వివిధములగు లెక్కలు చేయబడును. ఇప్పుడు మనము కూడ నిదేవిధమగు లెక్కలను ప్రారంభించుదము.

ఉదాహరణ:— 9 వ సంబరు ఒక అంగుళము నూలుకు ఎంత పురి యుండవలెను ?

విధానము:— నూలువిషయమై ప్రత్యేకమగు సూచన యేమియు లేదు. కావున మామూలు చేనూలు లెక్కనే చేయుదము. ఒకటవ నూత్రము ననుసరించి 9 వ సంబరు నూలు పురి లెక్క $\sqrt{9 \times 4} = 3 \times 4 = 12$ అగును. అనగా 9వ సంబరు 1 అంగుళము దారములో పురులసంఖ్య 12 యుండవలెను. ఇది యుత్తరము.

అభ్యాసముకొరకు ఇదేవిధమగు మరికొన్ని యుదాహరణములు ఇచ్చట నీయబడుచున్నవి:—

(1) 16 వ సంబరు 1 అంగుళము దారమునకు

పురులసంఖ్య ఎంతకావలయును ?

సమాధానము 16

(2)	25	“	“	20
(3)	36	“	“	24
(4)	49	“	“	28
(5)	60	“	“	30.9838
(6)	80	“	“	35.7768
(7)	100	“	“	40

(8) 150	"	"	48.9896
(9) 400	"	"	80
(10) 4	"	"	8
(11) 12	"	"	13.8620
(12) 20	"	"	17.8884

ఈ లెక్కల సందర్భములోను, మరియు నూలు వ్యాసమునకు సంబంధించిన లెక్కలు చేయునపుడును ఒక విషయము జ్ఞప్తి యందిడుకొనవలెను. ఏ సంఖ్యయైనను నాల్గురెట్లు పెరిగినపుడు ఆ మొదటి సంఖ్య వర్గమూలముకంటె ఆ నాల్గురెట్లు సంఖ్య వర్గమూలము నాలుగురెట్లుగాక కేవలము రెట్టింపగును.

ఉదాహరణ :—9 కి వర్గమూలము 3 ను, 36 కు వర్గమూలము 6 ను అగును. అనగా ఏసంఖ్యలయొక్క యనుపాతము 1:4 అయియుండునో ఆ సంఖ్యల వర్గమూలములయొక్క యనుపాతము క్రమముగా 1:2 అయియుండును. దీనినిబట్టి క్రింద నుదహరింపబడిన నియమమును జ్ఞాపకముంచుకొనవలెను.

“నూలు సంబరు నాల్గురెట్లు పెరుగునపుడు (నన్ను మగునపుడు) దాని పురి కేవలము రెండు రెట్లుగును.” అట్లుగాక నూలుసంబరు నాలుగురెట్లు తగ్గునపుడు దాని పురి సగమేతగ్గును.

వై లెక్కలన్నియు నియతరాశి 4 అని అనగా “౪” = 4 అని భావించి చేయబడినవి. అభ్యాసముకొరకు అవే

లెక్కలను నియతరాశిని $3\frac{1}{2}$ గా గాని లేక $3\frac{1}{2}$ గా గాని తీసికొనికూడ జేయవచ్చును.

ఏదేనొక సంబంధ నూలుకు తగిన పురులసంఖ్యను నిర్ణయించునట్టి లెక్కను, సూత్రమును మనము తెలిసికొనినాము. అట్లుగాక పురులసంఖ్య ననుసరించి తగిన సంబంధము నిర్ణయింపవలసి యుండేయెడల ఏ విధముగా లెక్కచేయవలసినది, ఎట్టి సూత్రమును వర్తింపజేయవలసినది తెలిసికొనుటకు దిగువ లెక్క చేయుడు.

ఉదాహరణ :— (2) 16 పురులలో 1 అంగుళము దూరము వడుకబడునెడల ఆ దూరము సంబంధ ఎంతై యుండవలెను ?

విధానము :— మొదటి యుదాహరణకు ఇది వ్యతిరేకము. ఈ ప్రశ్నయందలి తాత్పర్యము ఇవ్వబడిన పురి సూత్రము ననుసరించి 16 పురులు ఏ సంబంధయొక్క 1 అంగుళము దూరమునకు యుక్తమని భావించవలెననుటయే. మనము సర్వసాధారణముగా నియతరాశి 4 అని భావించి వ్యవహరించవలసియున్నది. ఇందువలన ప్రశ్నలో నివ్వబడిన పురులసంఖ్య నాధారముగా జేసికొని, నియతరాశి 4 అని భావించిన పైన దెలుపబడిన 1 టవ సూత్రము ననుసరించి దిగువ సమీకరణ మేర్పడును. $\sqrt{\text{అంకము}} \times 4 = 16$. దీనినిబట్టి సరియగు సంబంధము మనము పరీక్షించవలసియున్నది.

$$\therefore \sqrt{\text{అంకము}} \times 4 = 16$$

$$\therefore \sqrt{\text{అంకము}} = 4$$

$\therefore (\sqrt{\text{అంకము}})^2 = (4)^2 \therefore \text{అంకము} = 16$. ఇది యుత్తరము. అనగా 1 అంగుళములో పురులసంఖ్య 16 అయినపుడు నూలు సంబంధకూడ 16 అయి యుండవలెను.

పైన తెలుపబడిన విధానములో పురుల సంఖ్యనుజుట్టి సంబంధ సంఖ్యను తెలిసికొను పద్ధతిని మనము పరిశీలించినాము. 1 టవ సూత్రము ననుసరించి మనమా లెక్కను జేసితిమి. దీనినిజుట్టి పురివలన సంబంధము పరీక్షించు నీవిధముగు లెక్కకు దిగువరీతిగ వేరొక సూత్రము సిద్ధించును.

సూత్రములో నియతకాళి “ర” అని చెప్పబడినది:—

$\therefore \sqrt{\text{అంకము}} \times \text{ర} = \text{పురులసంఖ్య} (1 \text{ అంగుళము లో}) \dots \dots \text{సూత్రము 1 అనగా } \sqrt{\text{అంకము}} \times \text{ర} = \text{పురులు}$
 $\therefore \sqrt{\text{అంకము}} = \frac{\text{పురులు}}{\text{ర}}$

$\therefore \text{అంకము} = \left(\frac{\text{పురులు}}{\text{ర}}\right)^2 \therefore \left(\frac{\text{పురులు}}{\text{ర}}\right)^2 = \text{నూలుసంబంధము}$

అనగా $\left(\frac{\text{పురుల సంఖ్య}}{\text{నియతకాళి}}\right)^2 = \text{సంబంధ సంఖ్య}$. ఇది పురిని

జుట్టి సంబంధము పరీక్షించునట్టి సూత్రమైనది.

ఈ సూత్రము ననుసరించుకూడ రెండవ యుదాహరణము చేసినమీదట $(16/4)^2 = (4)^2 = 16$ అనగా 16 వ సంబంధము సమాధానమువచ్చును. ఈ సూత్రము పురియొక్క రెండవ సూత్రమని చెప్పబడును. ఈ రెండవ యుదాహరణమునకు సంబంధించిన యుత్తరము విషయముల్లో

పురులసంఖ్య సమానముగానుండుట ఆకస్మికమనునది దృష్టిలో నిడికొనవలెను. పురులసంఖ్య నంబరు సంఖ్యలో సమానముగా నుండునది కేవలము 16 వ నంబరు మాత్రమే. తదితరములకు నంబరు లన్నిటిలో అది నంబరు సంఖ్యకంటె భిన్నముగా నుండును. 16 వ నంబరుకంటె ముతక నంబరుల నూలులో పురులసంఖ్య నంబరు సంఖ్యకంటె హెచ్చుగాను 16 కంటె సన్ననంబరుల నూలులో పురులసంఖ్య నంబరుసంఖ్యకంటె తక్కువగాను ఉండును. అభ్యాసార్థము కొన్ని యుదాహరణములు దిగువ నీయబడుచున్నవి. వానిని చేయుటవలన నంబరు సంఖ్య, పురుల సంఖ్యలలో నెట్లు భేదమేర్పడు చుండునది తెలియగలదు.

(1) 1 అంగుళము దారములో 20 పురులున్నచో

దారముయొక్క సరియయగు నంబరెంత ?

సమాధానము 25

(2)	"	"	24	"	36
(3)	"	"	36	"	81
(4)	"	"	40	"	100
(5)	"	"	80	"	400
(6)	"	"	10	"	6.25
(7)	"	"	18	"	20.25
(8)	"	"	21	"	27.5625
(9)	"	"	27	"	45.5625
(10)	"	"	12½	"	9.765625

ఇచ్చట పురులను లెక్కించి నంబరును పరీక్షించు నట్టి సందర్భములెప్పుడైనను తటస్థించునాయను ప్రశ్న యుదయించును. నంబరును పరీక్షించుట కెన్నడును పురులను లెక్కింపవలసిన యగత్యమేర్పడదనుట మొదటి ప్రశ్నకు సమాధానము. కాని సాధనరూపమైన పరీక్షకుగాని లేక యితర ప్రయోగములలోగాని పురి లెక్కలతో మనకు పనిపడుచుండును. అట్టి స్థితిలో యా పురుల సంఖ్యను నూలుయొక్క సరియగు సంబంధతో పోల్చిచూడవలసిన సందర్భములు తప్పక తటస్థించును. ఇట్టి సందర్భములలో పైన తెలుపబడిన రెండవ పురి సూత్రము మనకుపయోగించును. తరుచుగా లెక్కకు సంబంధించిన పురికిని ప్రత్యక్షమగు పురికినిగల తారతమ్యమును చూడవలసిన యగత్యమేర్పడును.

ఇట్టి సందర్భములలో దారముయొక్క పురులను ప్రత్యక్షముగా లెక్కించవలసినప్పుడు. ఇట్లు లెక్కించుటకు ప్రయోగశాలలో రెండుమూడు విధములగు చిన్నచిన్న సాధనములుండును. వాటియందు దారము పట్టించబడును. దారముయొక్క పొడవు నిర్ణయించుకొనబడును. దారమేర్పడునపుడు ఏదీశలో పురిపెట్టబడియుండునో తద్విరుద్ధమగు దిశలో అది మెల్లగా త్రిప్పబడును. విరుద్ధముగా తిరుగుటవలన దారమందలి పురి విడిపోవుచుండును. ఎన్నిచుట్లు త్రిప్పిన పురిపూర్తిగా విడిపోవునో అంతేపురి యా దారమందున్నట్లు భావించబడును. దారముపొడవుయొక్క యంగుళిములసంఖ్యతో నాపురుల సంఖ్యను భాగించగా నా దారమందలి “పురుల సంఖ్య” కనుగొనబడును.

ఈ పద్ధతిలో దారముందలి పురి యెప్పుడు పూర్తిగా విడిపోయినదో పరిశీలించుట సులభముగాదు. కేవలము కండ్లతో జూచి పరిశీలించుట చాల కష్టము. ఇందువలన నూత్నదర్శక యంత్రము ఉపయోగించబడును. అయినప్పటికీ తంతువులు సమానాంతరముగా గాక అడ్డదిడ్డముగా పురిపెట్టబడిన కొన్ని దారములయందలి పురి యెప్పుడు విడిపోయినది, యెప్పుడు విడిపోనిది సరిగా తెలియదు. చే నూలులో తంతువులు తరుచుగా అడ్డ అడ్డముగ పురి పెట్టబడియుండును. ఈ నూలు యొక్క పురిని సరిగా పరీక్షించు టెల్లప్పుడును కష్టమగుచుండును. మిల్లుదారములో నిట్టి కష్టముండదు. వారి ప్రయోగశాలలలో నీవిధమగు సాధన ముపయోగించి పురుల సంఖ్యను, తత్ప్రభావమును వారు పరీక్షించు చుండురు. ఏదేనొక ప్రత్యేకమగు నంబరు నూలులో పురులసంఖ్య తెలిసినచో ఆ దారముయొక్క సరియైన పొడవును పరీక్షించు నొక లెక్కను మనమిప్పుడు చేయుదము.

ఉదాహరణ (3) :— పురులసంఖ్య 100, నంబరు 25 అయిన యెడల దారముయొక్క పొడవు ఎన్ని అంగుళములుండవలెను ?

విధానము:— 25 వ నంబరు 1 అంగుళము దారములో 1 టవ నూత్రము ననుసరించి $\sqrt{25 \times 4} = 20$ పురులుండవలెను. ఇచ్చట పురుల సంఖ్య 100 అని చెప్పబడినది. కావున $100 \div 20 = 5$ అంగుళముల పొడవులో దారముండవలెను.

ఈ విధానము, ఈ లెక్కనుబట్టి మూడవ పురిసూత్ర మొకటి సిద్ధించుచున్నది. ఈ సూత్రము వలన పురులసంఖ్య, నంబరు సంఖ్యలనుబట్టి దారముయొక్క పొడవును కనుగొన వచ్చును.

పు రి — సూ త్ర ము 3

$$\frac{\text{మొత్తము దారముయొక్క పురుల సంఖ్య}}{1 \text{ అంగుళము దారమందలి పురుల సంఖ్య}} = \text{దారము పొడవు అంగుళములలో మరియు, ఒక అంగుళము దారము లో పురులసంఖ్య} = \sqrt{\text{అంగము}} \times 4 \text{ అగును.}$$

కనుక
$$\frac{\text{మొత్తము పురులసంఖ్య}}{\sqrt{\text{అంగము}} \times 4} = \text{దారము పొడవు అంగు}$$

ళములలో

ఈ సూత్రముయొక్క మొదటి పదమును 12, 36 లేక 48 తో భాగించినచో అంగుళములకు బదులు దారము పొడవు క్రమశః అడుగులు, గజములు, లేక పోగులలో వచ్చును.

అభ్యాసము కొరకు దిగువ నీయబడిన కొన్ని లెక్కలు చేయుడు.

(1) పురులు 400 నంబరు 100 అయినయెడల దారము పొడవెంతయుండును ? సమాధానము

10 అంగుళములు

(2) ,, 864 ,, 86 ,, ,, 1 గజము

(3) ,, 768 ,, 16 ,, ,, 1 పోగు

(4) ,, 12.6880 ,, 40 ,, ,, 5 అంగుళములు

రాత్నములో కదురు నిర్ణీత పర్యాయములు తిరుగు నెడల వేరు వేరు సంబంధములు ఎంత వడుకబడునది లేక మిల్లులలో కదురు నిమిషమునకు నిర్ణీత పర్యాయములు తిరుగు నెడల నిర్ణీత సమయములో నిర్ణీతమైన సంబంధములు ఎంత వడుకబడునది లెక్కకట్టవలసివచ్చునపుడు పై స్మృత ముఖ్యో గించును. ఇపుడు మనము మన వడుకునకు సంబంధించిన మరికొన్ని యుదాహరణములు చేయుదము.

ఉదాహరణ (4) :— 20 సంబంధ 20 అంగుళముల కొత్తదారము వడుకుటకు కదురును ఎన్ని పర్యాయములు తిప్పవలెను ?

విధానము :— నూలు సంబంధ 20 కనుక $\sqrt{20 \times 4}$ పురులు లభించిన పిమ్మట 1 అంగుళము దారము వడుకబడును. అనగా 1 అంగుళము దారము తీయుటకు $(\sqrt{20 \times 4})$ పర్యాయములు కదురును తిప్పవలసియుండును. మనము 20 అంగుళములు వడుకవలసియున్నది. కనుక $(\sqrt{20 \times 4}) \times 20$ పర్యాయములు కదురును తిప్పవలసి యుండును. $(\sqrt{20 \times 4} = 4.4721)$ కనుక $(\sqrt{20 \times 4}) \times 20 = (4.4721 \times 4) \times 20 = 17.8884 \times 20 = 178.884 \times 2 = 357.768$ పర్యాయములు కదురును తిప్పవలసి యుండును.

వడుకుయొక్క పృతి పరికరములలో కొత్తదారము పొడవు తరుచుగా 16 అంగుళములనుండి 30 అంగుళములకు

దరిద్రావుగా నుండును. 20 సంబరు దారమైనయెడల 20 అంగుళముల కొత్తదారమును వడుకుటకు ఒక్కొక్క పరికృ మణములో ఎన్ని పర్యాయములు కడుగును తిప్పవలసి వచ్చునో పై లెక్కను బట్టి ఊహించబడును. వేళ్ళద్వారా దారము పురి పెట్టబడునెడల అట్లు పురి పెట్టుట కెంత సమయముపట్టునది ; ఎంత శ్రమ కలుగునది ఈ లెక్క వలన గాఢాహ్యము కాగలదు. ఈ విధముగా సమయమును శ్రమనుకూడ దీసికొనుటకు మానవుడు దారమునకు కంకర రాయివంటి యేదేనొక బద్ధువైన పదార్థమునుగట్టి వేగముగా పురిపెట్టు మార్గమును పరిశోధించియుండును. పిమ్మట తక్కిని కనుగొనియుండును. తక్కిని వేళ్ళతో తిప్పనట్టి శ్రమను నివారించుటకు వానికి చక్రము, మాల— ఈ రెంటియొక్క యుపయోగము పొడగట్టియుండును. దానినుండి యే రాట్న ముద్భవించి యుండును. రాట్నపు చక్రముయొక్క ఒక చుట్టులో దాని నిర్మాణము ననుసరించి కడుగుచుట్లు 50-60 నుండి 100-125 వరకును, అప్పుడప్పుడు 200 వరకును ఉండును. నూలు సంబరు, కొత్త దారము పొడవు, వడుకు నట్టి వేగము, వడుకునట్టి శ్రమ, నూలునందలి యోగ్యత— వీటిన్నిటిలోను ఈ కడుగు చుట్టవలన మార్పుకలుగును. ఇందువలన రాట్న నుండలి శక్తిలేక యోగ్యతను నిశ్చయించు నపుడు చక్రముయొక్క ప్రతిచుట్టులోను ఎన్ని కడుగు చుట్లుండునో గమనించుట త్యంతావశ్యకమని భావించబడుచున్నది.

మిల్లులలో కడుగుచుట్లు ఏదేనొక యితర రాట్నపు చుట్టుతో పోటీగా లెక్కించబడవు. అచ్చట నీ చుట్లు

నిమిషము చొప్పున లెక్కించబడును. మిల్లులలో నూలు నింపుటకు కదురును పట్టుకొని అపసవ్యముగా (అప్రదక్షిణముగా) త్రిప్పవలసిన యగత్యముండనే యుండదు. అచ్చట పట్టుడుదారమును ప్రశ్నయే లేదు. అచ్చట వడుకునట్టి, నింపునట్టి క్రియలు ఒకే పర్యాయముగా జరుగుచుండును. ఇందువలన మిల్లు కదురు నిరాటంకముగా తిరుగుచుండును. ఇట్లు నిరాటంకముగా తిరుగుటకు చుట్లను నిమిషముచొప్పున లెక్కించుట మిక్కిలి సౌకర్యము. మిల్లులలో ఎంత సమయములో, ఏ నంబరు, ఎంత నూలు వడుకబడునది అంచనా వేయు నపుడు నిమిషమునకు కదురుచుట్లు—పురులసంఖ్య—పూర్తిగా దృష్టిలో నిడికొనవలసివచ్చును. అచ్చట పురి, నంబరుల వలన దారము పొడవు పరీక్షించవలసిన సందర్భములుకూడ విశేషముగా తటస్థించును. మన వడుకులో లెక్కలకు సంబంధించిన సూత్రములన్నియు మిల్లులలో నున్నట్టివే. కాని పద్ధతులలోను, అచ్చటచ్చట పరిమాణములలోను కొంత తారతమ్యము కలదు. నేడు రాత్నపు కదురుయొక్క వ్యవహారమునుబట్టి నిమిషము ఒకటికి కదురుచుట్లు పరీక్షించుచుండుటకు బదులు రాత్నము నొక పర్యాయము త్రిప్పట వలన కదురు ఎన్ని పర్యాయములు తిరుగునో పరిశీలించుట సులభము, ఉపయోగకరమని తెలిసికొనబడినది. ముందరి లెక్కలలో దీని యుపయోగము స్వతస్సిద్ధముగనే విశదమగును.

ఉదాహరణ (5) :— దిండువ్యాసము 8/8 అంగుళము అయినయెడలను, రాత్నపు చక్రము 24 అంగుళములు అయిన

యెడలను ఒక రాట్నపు చుట్టలో కదురు ఎన్ని పర్యాయములు తిరుగును ?

వివరణము :— ఈ ప్రశ్న వాస్తవమునకు యంత్ర విద్యకు సంబంధించినది. యంత్ర విద్యానియమములను తెలిసికొనకుండ ఈ ప్రశ్నను పరిష్కరింపజాలము. కాని యిచ్చట నీ లెక్కచేయువారికి ఆ నియమములు తెలిసియుండునని మాత్రము అనగా ముఖ్యచక్రముయొక్క వ్యాసము =
దిండు వ్యాసము

కదురుచుట్లు అను నూత్రము తెలిసియుండునని విశ్వసించబడును. ఈ నూత్రములో వ్యాసమునకు బదులు రెండింటి యొక్క అర్ధవ్యాసమును లేక రెండింటియొక్క పరిమితినిఁ జూడ లెక్కచేయవచ్చును. ఉదాహరణముయొక్క భాష మామూలు వాడుక భాషయైయున్నది. 24 అంగుళముల చక్రము వర్తులాకారమైనను గావచ్చును : లేదా ఆకులలో తమూరు చేయబడిన అష్టకోణాకారము లేక 60 చెము హెచ్చుల్లె కొణము కలదైనను గావచ్చును. 24 అంగుళములు చక్రముయొక్క పరిమితియైనది, లేక వ్యాసమైనది, లేక యేమైనది ఉదాహరణములో సృష్టికరించబడియుండలేదు. మామూలు వాడుక భాషలో చక్రముయొక్క కొలత పేర్కొనబడునపుడు అది పరిమితియొక్క కొలత యనబడదు. చక్రము వర్తులాకారమైనచో వ్యాసముయొక్క కొలతయనియు, కోణాకారమైనచో దాని యాకులపొడవు కొలతయనియు చెప్పబడును. ఇచ్చట కూడ మన మా యర్థమునే తీసికొనవలెను. సాధారణముగా పెద్ద చక్రములు ఆకులలో తమూరుచేయబడిన కోణాకారము

గలవిగానే గోచరించును. అయినప్పటికి పెద్ద చక్రములు ఎన్నడుగాని వర్తులాకారముగ నుండవని చెప్పవలనుపడదు. ఈ యుదాహరణముతో రెండు ఆకారములు గల చక్రములకును లెక్క కనుగొనుట యుక్తముగా నుండునను తలంపుతోనే చక్రముయొక్క నిర్ణీతాకారము తెలుపబడలేదు. రెండు విధములైన చక్రములయొక్క లెక్కనూ పరిశీలించుట వలన వాటి లాభనష్టములను గురించికూడ కొంత యభిప్రాయ మేర్పడగలదు.

ఒక చక్రపుచుట్టులో “ఎన్ని కడురుచుట్టుండునని ప్రశ్నించుటకు బడులు కడురు ఎన్ని పర్యాయములు తిరుగవలె” నని ప్రశ్నించబడినది. ఇందుకుగూడ ప్రశ్నేకరణముకలదు. మాల జారుటవలన లెక్కకు సంబంధించిన చుట్టలోను, ప్రత్యక్షమైన చుట్టలోను తనుచుగా తేడా యేర్పడును. ఈ జారుడునుగురించి మనము మునుముందు విచారితము. జారుడు ఏర్పడుటవలన లెక్కకు సంబంధించిన చుట్టు తక్కువగును. కావున చుట్టెన్నియుండునో నిశ్చయముగా జెప్పట కష్టము. ఎన్ని యుండవలసినది మాల్రేమే మనము లెక్క వేయవచ్చును. భాషయందలి యీ సూక్ష్మతారతమ్యమును ఎల్లప్పుడునూ దృష్టిలో నిడికొనవలెను. మన మిప్పుడు తొలుత రాత్నము వర్తులాకారముగా నున్నట్లు భావించి లెక్క చేయుదము.

విధానము :— చక్రము, దిండు, — ఈ రెండును వర్తులాకారములై యున్నవి. రెండింటి పరిమితియొక్క యనుపాతము కనుగొనిగాని లేక రెండింటి వ్యాసముయొక్క యను

పాతము కనుగొనిగాని ఈ లెక్కచేయుబడును. మనకు రెండింటి యొక్క వ్యాసము తెలియును. కావున పరిమితియొక్క లెక్కలోనికి పోవలసిన యగత్యములేదు. చక్రముయొక్క వ్యాసము 24 అంగుళములు. దిండువ్యాసము $3\frac{1}{8}$ " అనగా $24 \div 3\frac{1}{8} = \frac{24 \times 8}{3} = 64$ పర్యాయములు కదురు తిరుగ వలెనని సమాధానము వచ్చినది.

ఇక రాట్నము కోణాకారముగా నున్నదనుకొని లెక్క చేయుదము. అయితే దానిని ఎన్ని కోణములు కలదిగా భావించవలెనని ప్రశ్నించబడును. సాధారణముగా కోణాకారముగల చక్రము ఎనిమిది యాకులతో జేయబడును. కావున మనము అష్టకోణాకారచక్రముగా భావించి లెక్కచేయుదము. అప్పుడప్పుడు దాని నిర్మాణములో లోపముండుచుండును. అట్టిదానిని అపవాదముగా (exception) భావించి యిచట సమమైన అష్టకోణచక్రమునే మనము తీసికొండము. అయితే ఆకులచక్రము జములుగా (జంటగా) నుండుననిగమనించవలెను. రెండువైపుల యాకులును సరిగా నొకదాని యెదుట నొకటిగా నుంచబడవు. అవి యొకవైపునందలి రెండుకులకు సరిగా మధ్యనున్న భాగమున కెదురుగా రెండవ చక్రపుటాకు ఉండుటకు వీలుగా నుంచబడును. వీటిమీద ఏటవాలుగా తాళి కట్టబడును. మాల వాటిమీద తిరుగును. ఒంటితాళిపై నప్పటికి మాల కనీసము 16 చోట్ల దానిని స్పృశించును.

తాళి కట్ట జములుగాగాని, సవ్యాపసవ్యముగాగాని యున్నయెడల అది యొక్కవ స్థానములలో స్పృశించును.

కావున చక్రముమీద మాల తిరుగునట్టి స్థానము కనీసము “16 కోణములుకలది” గా నేర్పడును. ఈ షోడశకోణాకారము అనియమితాకారముగ నేర్పడుచున్నప్పటికీ లెక్కకొరకు మనము దీనిని ‘నియమితాకారము’ గా భావించి వ్యవహరించుదము.

ఈ లెక్కలో దిండువర్తు లాకారమైయున్నది. చక్రము కోణాకారముగా నున్నది. ఇందువలన వ్యాసముయొక్క యనుపాతమువలన సరళమైన లెక్క యేర్పడజాలదు. ఇందు రెండింటియొక్క పరిమితిని పరీక్షించవలసి వచ్చును. దిండు పరిమితి $8/8 \times \pi = .375 \times 3.1416 = 1.178 \dots \dots$ అంగుళములు దాదాపు $(1\frac{1}{8}$ అంగుళము) లుండును (నూలమైన లెక్కకు $\pi = 22/7$ ను, నూత్నమైన లెక్కకు $\pi = 355/113$ ను తీసికొనికూడ ఈ లెక్కను చేయవచ్చును. షోడశ కోణాకార చక్రపరిమాణము కనుగొనుట యెల్లరకు జ్ఞాపకముండదు గనుక వర్తులము మొదలుకొని బహు కోణాకారము, త్రికోణాకారము వరకు పరిమితిని పరీక్షించునట్టి యొక పట్టిక దిగువ నీయబడినది.

అక్షరము	అర్థ కోణము కోణము అంశములు	పట్టిక		అర్థ వ్యాసము లేక అర్థ భుజముతో యొక్క మొత్తపునంభు	అర్థ వ్యాసము లేక అర్థ భుజముతో పరిమితియొక్క యనుపాతము
		అర్థ భుజము తో అర్థ భుజము పా దవుయొక్క యనుపాతము	అర్థ భుజము తో అర్థ భుజము పా దవుయొక్క యనుపాతము		
		(వ్యూహములో)			
1 త్రికోణము	60	0.8660	6	5.1960	
2 చతుర్వకోణము	45	0.7071	8	5.6568	

3 పంచకోణము	36	0.5878	10	5.8780
4 షట్కోణము	30	0.5000	12	6.0000
5 అష్టకోణము	22.5	0.3827	16	6.1232
6 దశకోణము	18	0.3090	20	6.1800
7 ద్వాదశకోణము	15	0.2588	24	6.2112
8 షోడశకోణము	11.25	0.1950	32	6.2400
9 వర్తులాకారము	6.28318

పై పట్టికలో పరిమితియొక్క యనుపాతమునకు సంబంధించి చివరకానాలో నివ్వబడిన అంకాలు అర్థవ్యాసము అనగా త్రిజ్యా లేక అర్థకర్ణముతోగల యనుపాతము తెల్పును. పూర్ణవ్యాసము లేక పూర్ణ కర్ణముతో పరిమితిగల యనుపాతము కనుగొనవలసి యున్నచో నయ్యది యా యంకలలో సగము యుండును. అనుపాతమునకు సంబంధించిన యీ లెక్కలు త్రికోణ మితివలన కనుగొనబడును. త్రికోణమితి వుస్తకములలో నిట్టి యనుపాతములను దెలిసికొనుటకు తయారైన పట్టికలు ముద్రించబడి యుండును.

వర్తులముయొక్క వ్యాసముగాని అర్థవ్యాసముగాని, సమకోణాకారము యొక్క 'కర్ణము' లేక 'అర్థకర్ణము' గాని మనకు తెలిసినచో నీ పట్టికవలన పరిమితియొక్క పొడవును దెలిసికొనవచ్చును. పట్టికలో వ్యాసము లేక అర్థవ్యాసము వలన వర్తులపు పరిమితియొక్కయు, 'కర్ణము' లేక 'అర్థకర్ణము' వలన భిన్నభిన్న సమకోణాకారముల పరిమితియొక్కయు భిన్నభిన్న అనుపాతములు మాత్రమే యాయబడినవి. ఆ కృతియొక్క

భుజములసంఖ్య పెరుగుచున్నకొలది పరిమితియొక్క యనుపాతము కూడ పెరుగుచుండునని పట్టికలో గోచరించును.

“షోడశకోణ సమాకారమందు” “అర్థకర్ణము” మరియు పరిమితియొక్క యనుపాతము క్రమముగా: (6.24) యైయుండును. కనుక 24 అంగుళముల యాకుల చక్రముయొక్క పరిమితి 6.24 అడుగులై యుండును. ఇది 74.88 అంగుళము లుండును. ఈ పరిమితిని కదురుదిండు పరిమితిచే భాగించిన లెక్కకు సంబంధించిన కదురుచుట్లు వచ్చును. దాదాపు $74.88 \div 1.178 = 63.56$ కదురుచుట్లుండవలెనని సమాధానము వచ్చినది.

ఈ విధముగా చక్రము వర్తులాకారమైనచో కదురుచుట్లు 64 ఉండవలెననియు, అయ్యది మాల, షోడశకోణాకారమీద తిరుగుపట్లున్నచో కదురుచుట్లు 63.56 ఉండవలెననియు రెండు సమాధానములు వచ్చినవి. చక్రపుటాకులు తక్కువగా నున్నచో నా చుట్లు మరింత తక్కువగును. ఈ విషయము తెలిసికొనిన విమర్శకులు “వర్తుల” “కోణాకార” చక్రముల యందలి గుణదోషములను గురించి కొన్ని స్థూలవిషయములను ఒక్కొక్కటిగా పరిశీలించుదము:—

1. వై యుదాహరణమును, తన్నిమిత్ర మీయబడిన పట్టికను పరిశీలించుటవలన ఎట్టి కోణాకార చక్రముకంటె నైనను పూర్ణ వర్తులాకారముగల చక్రము కదురును ఎక్కువగా త్రిప్పణను విషయ మొకటి పూర్తిగా స్పష్టపడును. ఈ తారతమ్యము స్వల్పముగానే యున్నను కదురును త్రిప్పటయే

చక్రముయొక్క ముఖ్య కార్యమైయున్నది. దీనినిబట్టి వర్తుల చక్రమెక్కువ ప్రయోజనకరమని గ్రహించవలెను.

2. వర్తుల చక్రమందలి మరియొక ప్రయోజన మేమనగా అందు మాలకు ఎట్టి కోణాకార చక్రములలోవలెగాని యదురుడేర్పడదు.

3. రాత్నమును తయారుచేయునట్టి పరిశ్రమద్వష్ట్యా, ఉన్నతము తక్కువగల చక్రములను కొయ్యతో తరిమిన పట్టి తయారుచేయుటలోను ఎక్కువ ఉన్నతముగల చక్రములను ఆకులుచేర్చి తయారు చేయుటలోను సౌకర్యముండును. ఆకులు చేర్చి చక్రమును తయారు చేయవలసినపుడు 6, 8, 12, 16 ఈవిధముగా నెన్నియైనను చేర్చవచ్చును. కాని సంఖ్య ఎక్కువైనకొలది చేర్చునట్టిత్రమ ఎక్కువగును. ఆకులు కొయ్యతో తయారు చేయబడునపుడు అవి సాధారణముగా ఎనిమిది యుంచబడును. పెదురుతో చేయబడునపుడు ఎనిమిదికంటె హెచ్చుగా నుంచబడును. అడుగు, అడుగుంబాటిక వ్యాసముగల చక్రమైనపుడు అప్పుడప్పుడు 6 ఆకులతో పని జరుగవచ్చును. కాని అంతకంటె పెద్ద చక్రములలో 8 ఆకులకంటె తక్కువగా నుంచబడుచో మాలకు విశేషముగా నదురు డేర్పడును. పెద్దచక్రమును ఆకులుచేర్చి తయారు చేయుటలో సౌకర్యమున్నట్లే పెద్ద చక్రము ఆకులుకలిగి యుండుటలో మరియొక ప్రయోజన మేమన నది త్వరితముగా చెడిపోదు. లేదా ఆకులుగల చక్రములలో కొంత వంకర టింకర యున్నను పని జరిగిపోవుననియైనను చెప్పవచ్చును.

పూర్తిగా వర్తులమైన చక్రము కర్క యెండిపోయిగాని, మరి యేయితర కారణముచేతగాని కొంచెము వంకరైనచో నిరుపయోగమగును. ఈ రెండు విధములగు రాట్నములును కేవలము స్థూలముగా మాత్రమే ఒకదానితో నొకటి పోల్చబడి నవి. యంత్ర చికిత్సదృష్ట్యా యిందుకు సంబంధించిన యంశము లనేకములు కలవు. కాని యిచ్చట వాటిని వివరించుట నుపేక్షించుటయే యుక్తమని భావించితిని. అయితే రెండు విధములగు చక్రములకు సంబంధించిన యొక ప్రత్యేక విషయము నిచ్చట తెలిసికొనుట యవసరము. ఏలనన అట్టి విషయమును తెలిసికొననిచే ముందరి లెక్కలు బోధపడజాలవు.

ఆకుల రాట్నమున కెల్లవుడు త్రాళ్ళు కట్టవలసివచ్చును. వర్తుల చక్రములు ద్వివిధముగా నుండును. (1) త్రాళ్ళుగలవి. (2) త్రాళ్ళులేనివి. త్రాడులో కొంతవరకు స్థితిస్థాపక తాగుణము కలదు. స్థితిస్థాపకత మాలయొక్క యాకర్షణము నొకేవిధముగా నుంచుటకు తోడ్పడును. ఈ యాకర్షణము నుంచుటకు బామ్మచెక్కలోగాని లేక స్వయముగా మాలలోగాని లేక చక్రములోగాని స్పింగు అవసరమైయుండును. ఆకులమీది త్రాడు ఇట్టి యవసరమును తీర్చును. ఇందువలన స్పింగు ఏర్పాటులేని పురాతన పద్ధతి బామ్మచెక్కలు వర్తుల చక్రపు రాట్నమున కుపయోగింపబడుచో చక్రముమీద త్రాడు కట్టినప్పుడే అవి యుపయోగపడగలవు. స్పింగు ఉపయోగించబడిన రాట్నములలో త్రాడులేకుండకూడ వర్తుల చక్రములు చక్కగా పనిచేయును.

వర్తుల చక్రముమీద త్రాళ్ళు కట్టబడునపుడు వాస్తవమున కది కొంతవరకు కోణాకారముగనే యేర్పడును. వలనన మాల కొయ్యమీదకాక త్రాడుమీద తిరుగును. ఇందుచేత మాల, త్రాడు— వీటి సంపర్క బిందువులు అనంతముగా నుండక తగ్గిపోయి పరిమితమైయుండును. కాని, చక్రముమీద త్రాళ్ళు తత్ కోణాకారము పెక్కు భుజములుగల యాకారముగ నేర్పడునంత దగ్గరదగ్గరగా కట్టబడును. ఇందువలన కదురుచుట్లలో నామమాత్రమైన భేదమేర్పడును. షోడశభుజాకారము (16 భుజములుగల యాకారము) మీగ మాల తిరుగుచున్నప్పటికి కదురుచుట్లు వర్తుల చక్రముకంటె పూర్తిగా నూటికి ఒకటి చొప్పునగూడతగ్గవని వైలెక్కలో మనము తెలిసికొనియున్నాము. అట్టి స్థితిలో 32 లేక 40 లేక అంతకంటె నధికమగు సంపర్క బిందువులపై మాల తిరుగుచుండేయెడల ఆ తేడా ఏమియు లేనట్లే యుండుననుట స్పష్టము.

అకులచక్రము త్రాడులేకుండ నుపయోగపడదు. అందు త్రాడు సహాయమువలననే మాల తిరుగును. త్రాడుగల చక్రము వర్తులమైనను, అకులుగలదైనను చక్రముయొక్క అసలు చుట్టుకొలతకంటె మాల తిరుగుచుండుత్రాడు చుట్టు కొలత కొంచెము తగ్గును. త్రాడులో స్థితిస్థాపకత యుండుననిపైన చెప్పబడినది. ఈ కారణముచేత మాలయొక్క యాకర్షణమువలన త్రాడు కుంగును. దాని కుంగుదల ననుసరించియే దాని చుట్టుకొలత చక్రముయొక్క అసలు చుట్టుకొలతకంటె తగ్గిపోవును. అట్టి తగ్గుదల ననుసరించి కదురుచుట్లుకూడ తగ్గిపోవును. త్రాడును గట్టిగా నుంచుట మంచిది. ఏలనన గట్టి

తా'డు తక్కువగా కుం'గిపోవును. తక్కువగా కుం'గుటవలన చుట్లయొక్క తగ్గుదలకూడ తగ్గును. గట్టిగా నుంచినచో త్రాడు యొక్క స్థితిస్థాపకతవలనకూడ విశేషప్రయోజనము లభించును.

ఇట్లు తా'డు కుం'గునపుడు మనము దానిని “తా'డు క్రుంగుదల” యని యందుము. చుట్లను కచ్చితముగా లెక్క కట్టవలసియున్నప్పుడు ఇట్టి తా'డు కుం'గుదలను మరచిపోరాదు. అయిదవ యుదాహరణములో ఈ కుం'గుదలకు మన మేమియు లెక్కకట్టియుండలేదు. తా'డు కట్టునట్టి పద్ధతులు కూడ అనేకములుండును. మనము మన లెక్కకు ఇతర సమాధానములు కనుగొనునపుడు ఆ పద్ధతిని కేవలము స్థూలముగ మాత్రమే ఊహించియుంటిమి. తా'డు కేవలము పొడవభాగా కారముగానే కట్టబడుట ఆవశ్యకముకాదు. 16 భాగములైనను లేక ఎన్నిభాగములైనను అవియన్నియు ఒకేపొడవులో నుండక పోవుటకూడ సంభవించవచ్చును. మనము చేసిన లెక్కలో భాగములన్నియు సమానముగా నున్నట్లు భావించి ఈ రెండవ యుత్తరము కనుగొంటిమి. క్రుంగుదల, తా'డుయొక్క భాగములసంఖ్య— ఈ రెండును హెచ్చుతగ్గుగా నుండుటవల్లను, భాగముల పొడవులో హెచ్చుతగ్గులుండుటవల్లను చక్రీముయొక్క పరిమితిని లెక్కకట్టుట కష్టమగును. ఇందుకు ఉన్నత తరగతికి సంబంధించిన లెక్కలు తెలిసియుండవలెను. ఈవిధమగు ననేకమగునట్టియు, అనియమితమగునట్టియు భాగములు గల చక్రీముయొక్క పరిమితిని పరిశీలించవలసియున్నప్పుడు ఒక తా'డుతోగాని లేక రాత్నపుమూలతోగాని దానిని ప్రత్యక్షముగా కొలతవేయుటయే యుక్తము. సాధారణముగా

సమకొణపై నియమితాకారముగల చక్రమునకుగూడ త్రాడు తో పరిమితిని కరిగించవచ్చును. కాని రాట్నమును తయారు చేయుటకుముందు కదురుచుట్లయొక్క లెక్కను తెలిసికొనవలసి యున్నచో పైన నివ్వబడిన గణితము పనికివచ్చును. ఈ నిధముగా పరిమితి మున్నగువాని కొలతనుబట్టి కదురుచుట్లను తెలిసికొనుటలో మనము పైన పరిశీలించిన విధానము చుట్లను పరిశీలించునట్టి గణిత విధానమని చెప్పబడును.

ఇక మనము కదురుచుట్లను లెక్కించునట్టి ప్రత్యక్ష విధానమును గురించి యోచించుదము. పర్యక్ష విధానములనేకములు కలవు. వానిలోగల లోపమేమనగా అవి రాట్నము నమర్చిన పిమ్మటనే యుపయోగపడగలవు. కాని గణితవిధానము కంటె అవి యెక్కువ సరళముగాను, సులభముగాను ఉండును. ఇది వాటి యందలి సౌకర్యము. సామాన్యులు దానిని త్వరితముగా గ్రహింపగలరు. మనమిప్పుడీవిధానములను ఒక్కొక్కటిగా పరిశీలింతము:—మొదటి పద్ధతిలో రాట్న చక్రమును మెల్లగా తిప్పి, అది పూర్తిగా తిరుగునప్పడుగాని, సగము తిరుగునప్పడుగాని లేక నాల్గవవంతు తిరుగునప్పడుగాని కదురెన్నిపర్యాయములు తిరిగినది లెక్కించబడును! ఇట్లు లెక్కించుట సులభమగుటకుగాను కదురుమీద నింపబడిన నూలు అనగా కండెమీద నేదేనొకరంగు పదార్థముతోగాని లేక తరుచుగా సిరాతోగాని ఒక చిన్నగుర్తు వేయబడును. ఈ గుర్తు ఒక పర్యాయము ప్రదక్షిణ మొనర్చినపుడు ఒక కదురు చుట్టగును. చక్ర మొక పర్యాయము పూర్తిగా తిరిగినపుడు గుర్తు ఎన్నిపర్యాయములు

యములు తిథిగూనో అవియే యా రాత్రియుయొక్క కడుడు చుట్టనిచెప్పబడును.

రెండవ పద్ధతిలోగూడ మొదటి పద్ధతిననుసరించియే చక్రము త్రిప్పబడును. కాని కదురు కంఠమీద నేదేనిగుర్తుంచుటకు బదులు కదురుమీద దారమును వలయములుగాపోసి అవి లెక్కించబడును. వలయములు కదురుమీద పట్టగలుగుటకుగాను అవి మిక్కిలి దూరదూరముగా పట్టింపబడవు. కాని యవియొక్క దానిపైనొకటి యొక్కకుండునట్లుగను, జాటినినెక్కించుటలో కష్టము లేకుండునట్లుగను అవసరమైనంత దగ్గరదగ్గరగా పట్టించబడును. కంఠ కదురుమీద నింపబడినపుడు కదురు ఖాళీభాగముమీద వలయములు పట్టించుటకు నెక్కువ స్థలముండదు. కావున మొదటిపద్ధతి సౌకర్యముగానుండును. కదురు ఖాళీగా అనగా దానిమీద కంఠ లేకున్నయెడల రెండవ పద్ధతి శ్రేష్ఠముగానుండును. ఈ రెండుపద్ధతులలోగల యొక ప్రత్యేక గుణమేమనగా లెక్కపెట్టబడుచుట్లు ఒక పరిమితివరకు మూలయొక్క జారుడు పూర్తియైన పిమ్మట నిలుచునట్టిచుట్లు అయియుండును. మొదటిదానిలో కంఠ బరువువలనను, రెండవదానిలో వలయములు పట్టించునపుడు దారముయొక్క యాకర్షణము వలనను కొంతవరకు జారుడేర్పడునట్టి యవకాశముకలదు. ప్రత్యక్షముగా వడుకునపుడు ఈ కారణముల వలన జారుడు తప్పనిసరిగా నేర్పడును. కనుక నీ విధమగు జారుడు పూర్తియైన పిమ్మట నిలిచిన చుట్టే కచ్చితమైన కరుడు చుట్టని భావించవలెను. ఈ రెండు పద్ధతులలోను గణితపు

చుట్లకంటె “చుట్లు లెక్కించుట” యొక్కవ కచ్చితముగా నుండును.

ఒక లెల్లదారమును, ఒక రంగుదారమును తీసికొని రెంటిని రాట్నముమీద పురిపెట్టవలెను. ఇయ్యది ప్రత్యక్షముగా లెక్కించుటకు సంబంధించిన మూడవ పద్ధతి. వేరువేరు రంగులవలన రెండింటి వలయములున్ను వేరువేరుగా గుర్తింప బడగలుగును. ఈ వలయములను లెక్కింపగా చక్కముయొక్క ప్రతి చుట్టులోను ఎన్ని వలయము లేర్పడునో అవియే యా తాట్నమందు ప్రత్యక్షమైన కడురుచుట్లని భావించవలెను.

ప్రత్యక్షముగా లెక్కించుటలో నాల్గవ పద్ధతికూడ గలదు. కాని మనకది మిక్కిలి ఖర్చుతో కూడినది. యంత్ర శాస్త్రజ్ఞులు చుట్లు లెక్కించుటకు తయారుచేసిన యీవిధముగు వేరువేరు యంత్రసంబంధములైన సాధనములమీదగూడ చుట్లను సులభముగాను, తాగుగాను లెక్కింపవచ్చును. కాని యీ యంత్రములు కేవలము ప్రయోగాలయములకే యుపకరించును. ప్రతి వడుకువారును ఇట్టి యంత్రముల నుంచుకొన జాలరు.

ఈ మూడు, నాల్గు, పద్ధతులలో ననుసరింపబడు లెక్కను సయితము కొలదిమేరకు కచ్చితమైన ‘చుట్లలెక్క’ గనే భావించుట కభ్యంతరము లేదు.

ఉదాహరణము (6):— పదియారు భాగములుగా త్రాడు కట్టబడిన 16 అంగుళముల రాట్నముమీద 0.2 అంగుళము వ్యాసముగల చిండుకడురు నుపయోగించునెడల

జూని చుట్టెన్నియందును? మరియు నచేదిధమగు 24 అంగుళముల రాత్నముమీద ఎన్నిచుట్టుండును? (అకులయొక్క పూర్తి పొడవు క్రినుముగా 16, 24 అంగుళములని భావించవలెను) తామ కట్టవట్టి యరలు లేక గాడులు ఇకుల కొనల నుండి నాల్గవవంతు అంగుళము—లోపలివైపున నాల్గవవంతు అంగుళము ఉన్నట్లు భావించవలెను. రెండు రాత్నములలోను తామ కొకవైపునందుగల కుంగుదల నాల్గవవంతు అంగుళముగా భావించవలెను.

విధానము :— ఈ ప్రశ్నలో రెండు సమాధానములు కోరబడినవి. తొలుత మనము 16 అంగుళముల రాత్నములో కదురుచుట్టెన్నియందునో పరిశీలించుదము. అకులయొక్క మొత్తము పొడవు 16 అంగుళములని చెప్పబడినది. రెండు వైపులను ఒక్కొక్క నాల్గవవంతు అంగుళము చోటువిడిచి పుచ్చి తామయొక్కయర లేర్పరచబడినవి. దీని తాత్పర్య మేమన అకులు 16 అంగుళములు పొడవుగానున్నను వాని మీద రెండువైపుల కట్టబడిన తామయొక్క యంతరము 16—($\frac{1}{2} + \frac{1}{2}$)=15½ అంగుళములుండును. తామయొక్క కుంగుదల నాల్గవవంతు అంగుళమని తెలుపబడినది; కనుక ఆ 15½ అంగుళములనుండి మరి ($\frac{1}{2} + \frac{1}{2}$)=1 అంగుళము తగ్గించబడునెడల మాలయొక్క రెండువైపులనందలి స్పర్శ బిందువుల మధ్యగల యంతరము కనుగొనబడును. అనగా ఆ యంతరము 15 అంగుళములుండును. 15 అంగుళముల కర్ణముగల షోడశ

భాగాకారపు చరిమితి వెనుకటి పట్టిక ననుసరించి $15 \times (3.12) = 46.80$ అంగుళములుండును.

డిండుపరిమితి $.2 \times 3.1416 = .62832$ ఉండును. ఈ లెక్కచొప్పున రాట్నచక్రమును ఒకపర్యాయము తిప్పినచో కదురు $\frac{46.80}{.62832} = 74.48$ పర్యాయములు తిరుగును.

అకులు 24 అంగుళము లుండునెడల వైదాని ననుసరించియే గాడివరకుగల భాగము $\frac{1}{2}$ అంగుళమున్ను, తాగ్రదు కుంగుదల $\frac{1}{2}$ అంగుళమున్ను వదలివేసినపిమ్మట మూలయొక్క స్పర్శబిందువుల యంతరము 23 అంగుళము లుండును. ఈ యంతరముయొక్క పదియారవభాగపు పరిమితి $23 \times (3.12) = 71.76$ అంగుళము లుండును. అనగా కదురుయొక్క గణితపు

చుట్టు $\frac{71.76}{.62832} = 114.20$ ఉండును...

ఈ రెండు సమాధానముల నొకదానితో నొకటి పోల్చుడు. వాడుకభాషలో మనము మొదటిరాట్నము 16 అంగుళములనియు, రెండవది 24 అంగుళములనియు చెప్పుదుము. రెంటిలోను ఒకేలావుగల కదురు యొగింపఁజూచుచో మొదటిదానికంటె రెండవదానిలో ఒకటిన్నర రెట్లు చుట్లు హెచ్చుగా నుండుననియే బాహ్యదృష్ట్యా గోచరించును. కాని వాస్తవమునకు పెద్దచక్రముకంటె కదురుచుట్లు $1\frac{1}{2}$ రెట్లు కంటెగూడ హెచ్చుగానుండును. అకులు 16 అంగుళములైనను, 24 అంగుళములైనను తాగ్రదుయొక్క గాడినిమిత్తము దాని కొవ్వపైన ఒకేస్థలము విడిచిపెట్టబడును. రెంటియందు

డును కుంగుదలకూడ ఒకేరీతిగా నుండుట జ్యోతిషము సంభ
 వించవచ్చును. ఇట్టిస్థితిలో మూలయొక్క స్వర్ణబిందువులకు
 ఎదురు బదురుగా నుండు అంతరము 16 నుండి 24 అనగా
 2:3గా నుండక తదితరమగు వేరొక యనుపాతముగా నుండును.
 ఈ యుదాహరణములో అది 15 నుండి 23 వరకుండును.
 కనుక ఆకుల పొడవుయొక్క యనుపాతమునుబట్టి చుట్లను
 నేరుగా లెక్కకట్టుట తప్ప.

ఇప్పటివరకు అయిదవ యుదాహరణములో మనము
 “24 అంగుళముల చక్రము” అను భాష నుపయోగించి
 నామని స్ఫురణకు వచ్చియుండును. ఆరవ యుదాహరణ
 ములో “16 లేక 24 అంగుళముల” రాట్నమును శబ్దము
 ప్రయోగించినాము. రెండింటియొక్క తాత్పర్య మొక్క
 టియే. మామూలుభాషలో నిలువురాట్నపుకొలత చక్రము
 యొక్క కొలతనుబట్టియే తెలుపబడును. చక్రము వస్తులా
 కారమైనయెడల నా కొలతకు ఆ చక్రముయొక్క వ్యాసమని
 యర్థము. ఆకులుకలదైనచో నా కొలతకు ఆ చక్రపుటాకుల
 పొడవని యర్థము. ఈ కొలతను మామూలుభాషలో
 “రాట్నపువ్యాస” మందురు. ఎప్పుడైనను పోగుల యెన్ని
 కకు సంబంధించిన సరియగు లెక్కలు చేయవలసి యున్నచో
 రాట్నముయొక్క లేక చక్రముయొక్క యీ కొలత లేక
 వ్యాసమువలన ప్రయోజనమేమియో పూర్తిగా తెలిసికొన
 వలెను.

పోగులు లెక్కించు పద్ధతులను, తత్సంబంధమగు గణితశాస్త్రమును, మరియు లెక్కించునపుడు గమనింప దగిన ముఖ్యనిష్పయములను స్థూలముగా మనము పరిశీలించి యుంటిమి. అమర్చబడిన రాత్నమునకు ప్రత్యక్షముగా లెక్కించుటయే యుక్తమనికూడ దెలిసికొని యుంటిమి. చక్రము వర్తులముగానున్నచో పరిమితిని కనుగొనునట్టి సంకటములో పడక నేరుగా దిండు, చక్రముల వ్యాసపు టనుపాతమునుబట్టి పోగులను లెక్కించ నచ్చుననికూడ గ్రహించి యుంటిమి. రాత్నము వర్తులాకారముగా లేకను, అమర్చబడి యుండకను, మనము పోగులను సిసలుగా లెక్కించవలసిన యగత్యములేకను ఉన్న సందర్భములలో ఆకుల రాత్నములో నేదేనొక ప్రత్యేకపు కదురుచుట్లు ఎన్నియుండునది గణితరీతిని అంచనావేయుట కొక వ్యావహారిక పద్ధతి యుపయోగించబడును. తత్సూత్రము దిగువరీతిగ నుండును:—

$$\frac{\text{చక్రపు వ్యాసము అంగుళములు} \times 3}{\text{కదురు దిండు పరిమితి}} = \text{కదురుచుట్లు లేక}$$

$$\frac{\text{చక్రపు వ్యాసము}}{\text{కదురుదిండు లేక సాడివ్యాసము}} = \text{కదురుచుట్లు (సాడి=వ దేని జగూ రుతో దూదిగాని నూలుముక్కలుగాని దిండుగా చేయబడినది.)}$$

పై నూత్రమందు కేవలము మూడుచే గుణించవలెనని చెప్పబడినపుడు షట్కోణముకంటె హెచ్చు భాగములుగల చక్రముయొక్క పరిమితిని పరీక్షించుటకు దాని వ్యాసమును రెచే గాక (అనగా త్రిభ్యాను రతో) గాక అంతకంటె నేదేనొక

పెద్ద సంఖ్యతో గుణించవలసివచ్చునని మనము వెనుకటి పట్టికలో పరిశీలించియుంటిమి. అనగా మైత్రాము ననుసరించి పరిమితిసంఖ్య కొంచెము చిన్నది, వచ్చును. కాని స్థూల గణితమునకు దాని నింత తక్కువగా పరిగణించుట కెట్టి యభ్యంతరమును లేదు. ఏలననా త్రాడు ఉండుగాడి, త్రాడు కుంగుదల మున్నగువానివలన రాత్నముయొక్క ఖూల వ్యాసము కొంచెము తక్కువగా నేర్పడక తప్పదని మనము పరిశీలించియున్నాము. ఈవిధమైన వ్యాసపు తగ్గుదలను దృష్టిలో నిడికొని పరిమితిని కనుగొనుటకు కేవలము మూడునే గుణకాంకముగ తీసికొని మైత్రామును వదలివేసినయెడల స్థూలపు టంచనాకు రెండువిధములుగ గణితములో సౌకర్యమేర్పడును. గాడి, కుంగుదల మున్నగువాని తగ్గుదలను లెక్కకట్టవలసిన యగత్యముండదు. మరియు పరిమితియొక్క గుణకాంకమును భిన్నముగా (అవూర్ణాంకముగా) నుంచి లెక్కకట్టవలసిన యిబ్బంది యుండదు.

ఈ వ్యావహారిక సూత్రము ననుసరించి ఆరవ యుడా హరణయొక్క రెండు సమాధానములున్న పరిశీలించుటవలన కొద్ది యంచనాకు ఈ సూత్రము సరిగా సుపయోగించునని గోచరించును. 16 అంగుళముల చక్రములోను, 24 అంగుళముల చక్రములోను ఈ సూత్రము ననుసరించి పరిమితి క్రమముగా 48 అంగుళములుగానున్నా, 72 అంగుళములుగానున్నా తేలును. తొలుత కనుగొనబడిన సమాధానములలో ఇవి క్రమముగా 46.80 గాను 71.76 అంగుళములుగాను వచ్చి

నవి. ఇప్పటి వ్యావహారిక నూత్రము ననుసరించి రెండింటిలోను కదురుచుట్లు క్రమముగా 76.89, 114.89 ఉండవలెనని లెక్క తేలును. పూర్వపద్ధతి ననుసరించి అవి 74.48, 114.20 గా కనుగొనబడినవి. స్థూలముగ తెలిసికొనుటకు ఈమాత్రపు తేడా యున్నప్పటికి పనిజరిగిపోవును. ఇక పైన నివ్వబడిన వ్యావహారికనూత్రముయొక్క రెండవ స్వరూపమును దృష్టిలో నిడుకొనుడు. దిండు చుట్టుకొలతకు అనగా పరిమితికిబదులు కదురు లేక దిండుయొక్క వ్యాసమునుబట్టి లెక్కచేయుటకు నూత్రముయొక్క యా రెండవరూప ముపయోగించును. దిండు లేక సాడి పరిమితి లేక వ్యాసముయొక్క ప్రత్యక్షపు కొలతను తీసికొన్నప్పుడే యీ నూత్రమువలన నుపయోగము కలుగగలదు. పరిమితికిగాను ఏదేనొక సన్నని దారముతో కొలిచియు, వ్యాసమునకుగాను ఏదేనొక కంసానతో కొలిచియు క్రమముగా దాని పొడవు లేక యంతరము ఏదేనొక యడుగుబద్దెమీద పరీక్షించబడును. అలవాటైనవిమ్మట వ్యాసపు కొలతను నూత్రభాగములుగ గుర్తుపెట్టబడిన యేదేనొక యడుగుబద్దెతో నేరుగా సయితము కొలత వేయవచ్చును.

స్థూలమైన లెక్కలకున్ను, దిండు లేక సాడిని ప్రత్యక్షముగా కొలతవేయజాలని పరిస్థితిలోను కదురు లావునుబట్టియే చుట్లు అంచనావేయబడును. సాధారణముగా కదురు దండ మెంతలావుగా నుండునో అంతకంటె రెట్టింపు లావుగల సాడి లేక దిండు యుండవలెనని యనుభవములో తేలుచున్నది. ఇందువలన దిండు లేక సాడిని తయారుచేయుటలో తేడా

యేర్పడుచున్నను, అది సరిగా రెట్టింపులావు కాజాలకున్నను స్థూలమైన లెక్కలలో అది రెట్టింపుగా భావించబడును. అనగా కడురు దండము $1/8$ అంగుళము వ్యాసము కలిగియున్నచో సాడీ $\frac{1}{2}$ అంగుళము వ్యాసము కలదైయుండునని భావించి కడురుచుట్లను షుమారుగా తెలిసికొందుము.

కడురు దండముయొక్క లావును అంగుళములలో తెలిసి కొనుటతోపాటు 'గేజి' లో తెలిసికొనుటకూడ లాభకరము. లోహపు దండముల లావు, దుకాణములలో గేజివలనగూడ కొలతవేయబడును. ఈ గేజులు మన సేరు మొదలైన కొలతల వలె వేరువేరు ప్రమాణములు కలవిగాగూడ నుండును. అయితే మనమిందులో ఒక గేజిని తీసికొని మన లెక్కలను జేయుదము. మనము తీసికొన్న గేజిలో నివ్వబడిన నంబరున్నూ, ఆ నంబరు యొక్క లావున్నూ మిల్లీమీటరులలోను, అంగుళములలోను ఎంతయుండునది తెలుపునట్టి పట్టిక ముందు ఇవ్వబడినది.

పట్టిక

(1 మిల్లీమీటరు $\times 0.03937$ = అంగుళము)

గేజి	మిల్లీ మీటర్లు	అంగుళములు	గేజి	మిల్లీ మీటర్లు	అంగుళములు
1	7.62	.2999	6	5.16	.2031
2	7.21	.2838	7	4.57	.1799
3	6.58	.2590	8	4.19	.1649
4	6.05	.2381	9	3.76	.1480
5	5.59	.2200	10	3.40	.1338

11	3.05	.1200	24	0.56	.0220
12	2.76	.1086	25	0.51	.0200
13	2.41	.0943	26	0.46	.0181
14	2.11	.0830	27	0.41	.0161
15	1.83	.0720	28	0.36	.0141
16	1.65	.0649	29	0.33	.0129
17	1.47	.0578	30	0.30	.0118
18	1.24	.0468	31	0.25	.0098
19	1.07	.0421	32	0.23	.0090
20	0.89	.0350	33	0.20	.0078
21	0.81	.0318	34	0.18	.0070
22	0.71	.0279	35	0.13	.0051
23	0.64	.0251	36	0.10	.0039

ఒకానొక ప్రత్యేకపు శేజి కలిగిన దండముగల కడుగు కునకు యుక్తముగా నుండునా లేదా యను విషయమును నిర్ణయించునపుడు ఈ పట్టికలోని సంఖ్యలు వినియోగపడును.

ఇక పై వ్యావహారిక సూత్రమును, ఈ పట్టిక యందలి సంఖ్యలను తీసికొని అభ్యాసార్థము కొన్ని యుదాహరణములను ముందర నిచ్చుచున్నాము. వీనిలో రాట్నపు కొలతలో త్రాడు మున్నగువాని కేవిధమగు తగ్గుదలను చేయకుండ గనే ఈ లెక్కలు చేయుడు. కడుగు వ్యాసమివ్వబడినచోట సాడీ లేక దిండయొక్క వ్యాసము అంతకంటె రెండింత లుండునని భావించి వ్యవహరించవలెను.

- (1) 12 అంగుళముల రాట్నములో $\frac{3}{4}$ అంగుళము చుట్టుకొలత గల సాడీ కలిగిన కదురుయొక్క చుట్టు ఎన్నియండ వలెను ? ఉత్తరము:-48
- (2) 14 అంగుళముల రాట్నములో $\frac{3}{4}$ అంగుళము చుట్టుకొలత గల సాడీ కలిగిన కదురుయొక్క చుట్టు ఎన్ని యండ వలెను. ఉత్తరము:-56
- (3) 16 ,, ,, $\frac{13}{16}$,, ? ఉత్తరము:-59 $\frac{1}{4}$
- (4) 18 ,, ,, $\frac{17}{32}$,, ? ఉత్తరము:-101 $\frac{1}{2}$
- (5) 16 ,, ,, $\frac{3}{16}$ అంగుళము వ్యాసముగల ఉత్తరము:-85 $\frac{1}{4}$
- (6) 24 ,, ,, $\frac{5}{16}$,, ? ఉత్తరము:-76 $\frac{1}{4}$
- (7) 30 ,, ,, $\frac{1}{4}$,, ? ఉత్తరము:-120
- (8) 16 ,, ,, $\frac{3}{32}$ అంగుళముగల (0.09375 అంగుళముగల) దండము కలిగిన కదురుయొక్క చుట్టు ఎన్ని యుండును ? ఉత్తరము:-85 $\frac{1}{4}$
- (9) 20 అంగుళముల రాట్నములో 3 మిల్లీమీటర్ల వ్యాసము గల దండము కలిగిన కదురుయొక్క చుట్టు ఎన్ని యుండును ? ఉత్తరము:-84.66
- (10) 24 అంగుళముల రాట్నములో 13 వ గేజి కదురు చుట్టు ఎన్నియుండును ? ఉత్తరము:-126.47
- ఈ లెక్కలవలన ఎడేనొక రాట్నములో గణితరీతిని చుట్టు ఏవిధముగ అంచనా వేయబడునో బోధపడును. ఈ లెక్కలలో జారుడు, క్రింగుదల మున్నగునవి వదిలివేయబడినవని గుర్తుంచుకొనవలెను.

ఉదాహరణ: (7) 13 వ గేజి దండముగల కదురుకు 120 చుట్టుండవలెనన్నచో రాత్తుపు చక్రము ఎంతకావలెను ?

విధానము:— పదమూడవ గేజి యనగా 2.41 మిల్లీ మీటర్లు. అనగా దండముయొక్క వ్యాసము 2.41 మిల్లీమీటర్లు. దీని కంగుళములు $2.41 \times 0.03937 = 0.094817$ కంగుళము. సాడీ లేక దిండును తగిలించినపిమ్మట దాని వ్యాసము త్రిప్పింపు, అనగా 0.1897634 అంగుళముగను. స్థూలవర్ధితిని దీని మనము 0.2 అంగుళముని భావించవచ్చును. మనకొక చుట్టులో 0.2 అంగుళము వ్యాసముగల దిండు లేక సాడీ కలిగిన కదురు 120 పర్యాయములు తిరుగునంతటి పెద్ద చక్రము కావలెను. అనగా దిండు వ్యాసముకంటె 120 రెట్లు వ్యాసముగల చక్రముకావలెను. అది $0.2 \times 120 = 24$ అంగుళములుండునని సమాధానము దచ్చినది. వెనుకటి యభ్యాసమునకు సంబంధించిన 10 యవ యుదాహరణముతో 24 అంగుళముల చక్రమును, 13 వ గేజి కదురున్న అయినయెడల 126.47 చుట్లు పేర్కొనబడినట్లు గోచరించును. అట్టి స్థితిలో నీయుదాహరణమందు అనే కొలతలనుబట్టి 120 చుట్లలెక్కసరిపడుచున్నది. ఇట్టి తేడాకుగల కారణమేమనగా మనము లెక్క సౌకర్యము కొరకు 0.1897ను 0.2 అంగుళముగా భావించినాము. వాస్తవమునకు జారుడు కుంగుదలమున్నగు వానివలన గణితపు చుట్లకంటె ప్రత్యక్షమగుచుట్లు తక్కువగానే యుండును. ఇందువలన స్థూలముగ లెక్కకట్టునప్పుడు గణితపు చుట్లు కొంచెము తక్కువగా వచ్చునట్లు తేడాను

సంఖ్యలలో నేర్పరుడు కభ్యంతరరహితమని భావించరాదు. తొలి ప్రకరణములో ఆనుహిత వేగమును విచారించునపుడు మనము వివిధములగు గానులను ఒకదానితో నొకటి పోల్చి చూచితిమి. ఇచ్చట కడుగు తిరుగు వేగమునకు సంబంధించిన లెక్కను అవగాహనచేసికొనుచు మనమిష్టము వివిధప్రాంతములకు, పెక్కు తరగతులకు, వేరువేరు కొలతలకు సంబంధించిన రాత్నములను కొంతవరకు దృష్టిలో నిడికొందము. ఇట్లు మన ప్రధానవిషయము కదుగుచుట్లకు సంబంధించినది. ఇందు వలన ఈ రాత్నములయొక్క ప్రతిభాగమును గురించికొక చక్రముయొక్క యాకారము, ఉన్నతము, కదుగుయొక్క లావునుగురించియే యెక్కువగా విచారించుదము. ఈ నక్షత్రములలోనే కదుగు పొడవు మున్నగు కొన్ని యితర విషయముల కూడ కొద్దియో గొప్పయో విచారించవలసియుండును. పై లెక్కలవలన కదుగు వేగమును పెంపొందించుటకు రెండు మార్గములు కలవను విషయమెంతటి స్పష్టముగా బోధకమవు.

(1) రాత్నచక్రముయొక్క వ్యాసమును హెచ్చించుట (2) కదుగు పొడవుయొక్క వ్యాసమును తగ్గించుట. విశేషము మొదటి మార్గము, మరియొకప్పుడు రెండవమార్గము ఉపయోగించబడును. అప్పుడప్పుడు రెండున్నా ఉపయోగించబడును. రెంటికీని వాటివాటి పరిమితులు కలవు. రెంటిలోను వాటి వాటికి సంబంధించిన లాభనష్టములు, గుణదోషములు కలవు. చక్రపు వ్యాసమును హెచ్చించుటలోగల ఇబ్బందులు, వోస

మలుసుండి, తప్పించుకొనుటకు మూడవమార్త మొకటి కనుగొనబడినది.

పురాతనకాలములో ఓండులేని కదురు సువయోగించునట్టి లేక దండముతో చక్రము తిప్పునట్టి యువాయములు అచ్చటచ్చట నాచరణలో నుండెను. నేడు వడిచక్రము సువయోగించునట్టి నూతనవిధాన మొకటి వాడుకలో నున్నది. కాని ఈ విధానములను గురించి యోచించుటకు ముందు మనము చక్రమునకు, కదురుకుగల పరిమితులగురించి విచారించుదము. తొలుత కదురునుగూర్చి విచారించుదము.

పూర్వకాలమున కడుక్కు ఇనుముతో చేయబడుచుండెవి. పశ్చిమకాలమున ఉక్కు కడుక్కు తయారై నానాటికి ప్రాతకాలమునాటి యినుపకడుక్కులు బదులుగా సువయోగింపబడుచున్నవి. ఉక్కు కదురునందు గల ప్రత్యేక ప్రయోజన మేమనగా అది సన్నగా నున్నప్పటికి ఎక్కువగా వంగిపోదు. కదురు ఎంత సన్నగానుండునో అంతగానే రాత్తుమును తక్కువగా తిప్పువలసి యుండునని మనము వైన తెలిసికొని యున్నాము. ఈ దృష్ట్యా వేగమునకు ఉక్కుకదురు ఎక్కువ ఉపయోగకరమని నిర్ధారణ యైయున్నది. కాని ఉక్కుకదురు సన్నదనమునకు గూడ తుదకొక పరిమితి యుండును. ఈ పరిమితి కదురు పొడవుమీదగూడ నాధారపడి యుండును. కదురు పొడవెంత యుండవలసినది నూలుయొక్క ముతక సన్నములను బట్టికూడ నిర్ణయించవలసి యుండును. ఇందునుగురించి కొంత వరకు మొదటి ప్రకరణములో గూడ చర్చించబడినది. నూలు

ముతకగానుండి, కదురు చిన్నదిగా నున్నచో కండె త్వరితముగా నిండిపోయి మాటి మాటికి అను పోయవలసి వచ్చును. నూలు సన్ననై, కదురు పొడవుగా నున్నయెడల పట్టుడుదారమును పట్టించుటలోను, విడిపించుటలోను శ్రమయు, సమయమున్నూ వ్యర్థమగును. కావున ముతకనూలుకు పొడుగు కదురు, సన్ననూలుకు చిన్నకదురు నాణ్యముగా భావించబడుచున్నది. కాని లావు, సన్నకదురులకు పరిమితులను నిర్ణయించుటలో కొన్ని యితర విషయములుకూడ పరిశీలింపవలసియుండును. కదురెంత హెచ్చు పొడవుగా నుండునో ఆ ప్రాప్తిని దానిని కొంచెమెక్కువ లావుగాకూడ నుంచవలసి వచ్చును. లేనిచో అది ఉక్కుతో చేయబడిన దైనప్పటికి వంగిపోవునను భయముండును. నూదిని తీసికొనుడు. అది ఉక్కుతో తయారగుచున్నది. నూదియంత సన్నముగా కదురును తయారుచేసి దానిని 7 లేక 8 అంగుళముల పొడవుగా నుంచినయెడల అది వెంటనే వంగిపోవును. 2 మొదలు 5 అంగుళముల వరకు మాత్రమే పొడవుగా నున్నయెడల అది అంత త్వరితముగా వంగిపోదు. కాని రెండు మొదలు మూడు అంగుళముల పొడవుగల కదురు వడుకున కుపయోగపడజాలదు. సన్ననూలుకు దానిని కనీసము అయిదు లేక ఆరు అంగుళములు పొడవుగాను, ముతకనూలుకు ఏడు లేక ఎనిమిది అంగుళములు పొడవుగాను ఉంచవలసి వచ్చును. అందువలన దానిని నూది కంటె నెక్కువ లావుగానే యుంచవలసివచ్చును. ముతకనూలుకు దానిని ఎక్కువ లావుగా నుంచవలసివచ్చును. కదు

రును లావుగా నుంచుట కిదియొక కారణము. ముతకనూలుకు లావుకడుకు నుంచుటకు మరియొక కారణముకూడ కలదు. ముతకనూలు వడుకునవుడు కదురుమీద ఒత్తిడి హెచ్చుగా నేర్పడును. సన్ననూలు వడుకులో నది తక్కువగా నుండును. ఎక్కువ యొత్తిడి సహించుటలో కడుకుకు శక్తి యేర్పడి యుండుటకుగూడ ముతకనూలుకు కదురును లావుగా నుంచవలసి వచ్చును. ఇది రెండవ కారణము. కాని ఈ విషయములో ప్రకృతి మనకు సహకరించినది. కదురు లావుగా నుండునెడల నూలు తక్కువగా పురిపెట్టబడుననుట స్పష్టము. ముతకనూలు సన్ననూలుకంటె తక్కువగా పురిపెట్టబడుట ప్రకృతికిగూడ సభిమతమై యున్నది. కావున ముతకనూలుకు కదురు పరిభ్రమణ వేగము తులనాత్మకముగా తక్కువగా నుండుట అనుకూలమే. ముస్కొందు ముతకనూలుకు కదురు తక్కువగా తిరుగుటలో గల ప్రయోజనములను మనము అధిక విస్పష్టముగా తెలిసికొందుము. మనమిచ్చట మూడు విషయములను గమనించవలెను:—

1. ముతకనూలుకు పొడుగు కదురు అవసరము.
2. పొడుగు కదురు శక్తిమంతముగా నుండుటకు దానిని తొంద్రము లావుగా నుంచుటకూడ నవసరము.
3. పురియొక్క నియమము ననుసరించికూడ ముతకనూలుకు ఒక పరిమితివరకు లావుకదురే యనుకూలము. అనగా ఈ మూడు షరతులున్నూ సాపేక్షితములు. ఇచ్చట

పొడవు, లావు అనగా పన్నునూలుకు యోగ్యముగ కడచు కంటె పొడవు, లావునిమాత్రమే యర్థము.

ఇంతవరకు కడురును గురించి శాస్త్రీయదృష్ట్యా విచారించబడినది. ఈ దృష్టి ననుసరించి మరల ప్రతి వంబరుకు వేరు వేరుగా తిరుగు కడుళ్ళ నుపయోగించ వలెనా? లేని యెడల ఏ వంబరులకు ఎంతపొడుగు, ఎంతలావు కడుళ్ళ నుపయోగించవలెనను ప్రశ్న స్వాభావికముగనే యుదయించును. ఆ విధముగా హిందూదేశములో అంధ్రదేశమునకు సంబంధించిన పన్నుకడురు మొదలుకొని మిల్లుయొక్క లావుకడురువరకు వెక్కు తరగతులు గోచరించును. కాని గడచిన కొన్ని సంవత్సరముల యనుభవమునకు సిమ్మట నున రాట్నములలో దిగువ నుదహరించబడిన నాల్గు తరగతుల కడుళ్ళు ఉపయోగింపబడ సాగినవి.

అంశము కడురుయొక్క కడురు పండముయొక్క లావు
మొత్తముపొడవు:- దనము (వ్యాసము)

అంగుళ గేజిలో మిల్లీమీటర్లలో అంగుళము
ములలో (ఘమారుగా) లలో (ఘ॥)

6నుండి9	8	8-9	4.2నుండి3.7	0.15నుండి0.13
10నుండి14	7½	10-11	3.4నుండి3	0.13నుండి0.12
16నుండి40	7	12-13	2.8నుండి2.4	0.10నుండి0.09
40కు పైన	6నుండి5	15-16	1.8నుండి1.6	0.07నుండి0.06

ఈ విభాగములు విశేషముగా వ్యావహారిక సౌకర్యము దృష్టిలో నిడికొని చేయబడినవని చెప్పవలసియగుచును. వీనిలో సంస్కరణ కవకాశముకలదు. దుకాణములలో గొడుగున కునయోగించు ఉక్కు-చువ్వలు సులభముగా లభించును. కనుక నాలుగు విభాగములకు బదులు నేడు విశేషముగా ఒకే తరగతి అనగా 1?—13 గేజి కల కడుళ్ళే తయారుచేసి యుపయోగించునట్టి యాచారము వృద్ధిపొందుచున్నది. కాని అన్ని నంబరులకు ఇట్టి కొలతగల ఒకేలావు కడుళ్ళ నుపయోగించుటవలన వడుకుటలో నిబ్బరదియే కలుగును. వీనిమీద ముతకనూలు అనమానముగాను, గట్టిగాను తయారగును. మరియు సన్ననూలును తక్కువ వేగముతో వడుకవలసినవచ్చును. నూలు తెగిపోవును, మరియు బలహీనమగుననికూడ భయముండును. మధ్యమ తరగతి నంబరులకు మాత్రము 12—13 గేజిగల కడుళ్ళు ఎక్కువ యడుకులమని నిర్ధారణయైనది.

కదురు లావునుబట్టి పైన నాలుగు విభాగములే చేయబడినప్పటికి వానినిబట్టి రాట్నములలో కదురు తిరుగు వేగము నకుగూడ నాలుగే విభాగము లుండునని భావింపరాదు. ఈ వేగము రాట్నముయొక్క చక్రముల యాకారముమీదగూడ నాధారపడియుండునని మనము పరిశీలించియున్నాము. వేరు వేరు కొలతల రాట్నములలో పైన బేర్కొనబడిన నాలుగు తరగతుల కడుళ్ళను మార్చి కదురుచుట్ల సంఖ్యను అనేకరీతులుగా తగ్గించవచ్చును, పెంపొందించవచ్చును. కాని చక్రములయొక్క పరిమితులనుగురించి యాలోచించుటకువూర్వము

కదురునుగురించి మరియొక యంశమును బేర్కొనుట యవసరము. పైన దెలుపబడిన నాలుగువిధముల కొలతలు సాడీ లేక దిండు కలిగిన కదురుకు సంబంధించినవి. మరియొక తరగతి కదురుకూడ గలదు. అందు దిండమర్చబడదు. సాడీ నమర్చవలసిన యగత్యముకూడ నుండదు. ఇట్టి కదురు దిండులేని కదురనబడును. మాల తిరుగుచోటు తదితర భాగములకంటె కొంచెము లావుగా నుండునట్లు దిండులేని కదురు తయారు చేయబడుచున్నది. అది సాడీ లేక దిండువలె పూర్తిగా పనిచేయుజాలునంత లావుగా నుండదు. దిండులేని కదురుతో పనిచేయుటకు మాలకు గుగ్గిలము నుడకబెట్టి తయారుచేయబడిన మలాముగాని లేక జిల్లేడువంటి యోషధియొక్క పాలతో తయారుచేయబడిన యొకవిధమగు ప్రత్యేకపు మలాముగాని యుపయోగించబడును. బీహారులోను, తత్సమీపమందలి కొన్ని ప్రాంతములలోను దిండులేని కదుళ్లే యుపయోగించబడుచున్నవి. అవి మాల తిరుగునట్టి భాగములో ఎనిమిదవ గేజి అనగా 0.1649 అంగుళము లావుగానుండును. దక్షిణ భారతదేశమందలి కొన్ని ప్రాంతములలోగూడ దిండులేని కదుళ్లు గోచరించును. బీహారులో గుగ్గిలపుమలాము, దక్షిణ దేశమున చెట్టుపాలతో తయారైన మలాము ఉపయోగించబడుచున్నవి. సాడీ లేక దిండు లావుకంటె దిండులేని కదుగు లావు తక్కువగా నుండును. ఈ కారణమున రాత్తుపు చక్కమును చిన్నదిగా నుంచినను సమగ్రియైన చుట్లు లభించును. ఇది యిట్టి కదురుతోగల ప్రత్యేక ప్రయోజ

నము. కాని మనమిష్టము చిన్న, పెద్ద చక్రములను గురించియే విచారించుదము.

మన మింతవరకు కదులెంత ఎక్కువ సన్నముగానుండునో అంతగానే రాట్నచక్రమునుగూడ చిన్నదిగా నుంచవచ్చునని గమనించియున్నాము. కాని మనము కదుకు సన్నముగా నుండుటకు కొంత పరిమితి కలదనికూడ గమనించియుంటిమి. చక్రముయొక్క ఉన్నతమును నిర్ణయించునపుడు ఈ పరిమితిని తప్పక యోచింపవలసియుండును. భారతదేశములో ప్రాచీన లేక నూతనములగు అన్ని నిలుపురాట్నముల చక్రములున్న 12 అంగుళములు మొదలుకొని 30 అంగుళములు లేక గరిష్ఠ పక్షమున 32 అంగుళములలో గానవచ్చుచున్నవి. కాని వీనిలో 16 అంగుళములనుండి 24 అంగుళముల మధ్యకొలతగల రాట్నములు విస్తారముగ నున్నవి. ఆంధ్రదేశమున మిక్కిలి సన్నని నూలు వడుకబడుచున్నది. ఇందువలన అచ్చట కదుళ్లు అన్నిటికంటె సన్నముగాను, కాని చక్రములు అన్నిటికంటె పెద్దవిగాను ఉంచబడుచున్నవి. బీహారులో నొక ప్రాంతమందలి పురాతన రాట్నములు మిక్కిలి చిన్నవిగా— కేవలము 12 అంగుళముల చక్రములు కలవిగా గోచరించుచున్నవి. అచ్చట మిక్కిలి ముతకనూలు వడుకబడును. అచ్చట దూదికూడ ముతకనూలుకే తగియుండును. ఈ చక్రములు రాతితో తయారుచేయబడినట్లు కానవచ్చినవి. చరఖాసంఘమువారు అచ్చట నవలోకించినపుడు శిలాయుగమును స్మరణకు దెచ్చు సీ సాధనములు నేడుకూడ ఆములులోనున్నట్లు చూచి యాశ్చర్య

పడిరి. ఇట్టి వేరువేరు కొలతలుగల వివిధములగు రాట్నములు ఈ దేశమున కాన్పించుచున్నవి. గడచిన కొన్ని సంవత్సరములలో తయారుచేయబడిన కొత్త రాట్నములుతప్ప పౌర పాతములోను అతి ముఖ్యములగు ప్రాచీనపు తరగతి రాట్నములు కలవు. వాటినిగురించి తులనాత్మకముగ (comparative) భోగట్టా కొంత దిగువ నేయబడుచున్నది. వేరువేరు దృష్ట్యలను బట్టి అభ్యాసముకొరకు నీ భోగట్టా ఉపయోగకరముగ నుండగలదు.

వై పట్టికలో సింధుతప్ప శేషించిన ప్రాంతములలోని సాత నమోనాలనుగురించియే వివరించబడినది. వాటియందే నేను కొద్దికొద్ది సంస్కరణలు చేయబడుచున్నవి. పట్టికలో నా సంస్కరణములను వివరించుట మానివేసితిని. అట్లే అందు సాడీలావునకు సరియగు సంకముల నివ్వజాలకపోతిని. సామాన్యముగ సాడీ కదురు లావుకంటె రెట్టింపు లావుగా నుండవలెను. కాని అచ్చటచ్చట మూడురెట్లు లేక అంతకంటెగూడ హెచ్చు లావుగా కానవచ్చుచున్నది. ఇట్టి తరగతులలో కదురుచుట్లు స్వాభావికముగనే మిక్కిలి తక్కువగా నుండును. సాధారణముగా పురాతన రాట్లుములలో కదురుచుట్లు 40 నుండి 50 ప్రాంతాల నున్నట్లు కానుపించును. ప్రాచీనకాలమున పొట్టి ఏనుల దూదితో ముతకనూలు వడుకునట్టి సంప్రదాయము విస్తారముగ నుండుట కిదియే కారణమైయుండవలెను. సన్న నూలు వడుకబడుచున్న ఆంధ్రముఖంటి ప్రాంతమందు కదురు చుట్లుకూడ హెచ్చుగా నుంచబడుచుండెడివి. మరియు నిందు నిమిత్తము చక్కముకూడ పెద్దదిగా నుంచబడుచుండెడిది. ఇక మనము పెద్దచక్కమందలి గుణదోషములను విచారించుదము.

త్వరగా పురి పెట్టబడుటలో పెద్దచక్కము దారమునకు సహాయపడును. ఇయ్యది అవశ్యముగా నందొక ప్రయోజనమై యున్నది. కాని యీ ప్రయోజనముతోపాటు చక్రము పెద్దదిగా నుండుటలో గల దోషములు కూడ కొన్నికలవు. పెద్ద చక్కమును తయారుచేయుటలో కర్ర హెచ్చుగా పట్టును. ఇది కూడ హెచ్చుగా నుండును. పెద్దచక్కపు రాట్లుము

ఇంటిలో స్థలము నెక్కువగా నాక్రమించును. ఇవికాక వృద్ధ
స్త్రీలు, దుర్బలులగు వడుకువారలదృష్ట్యా పెద్దచక్రము నగదలి
ప్రత్యేక దోషమేమనగా ఆసనమునుండి కదురు చాల దూర
ములో నుండిపోవును. ఇట్టి దూరమువలన పరిక్రమణమును
గూడ పెద్దదిగా వడుకవలసి వచ్చును, మరియు ఏకుదగ్గరకు
చేతి నెక్కువ చాచవలసి వచ్చును. దూరము తెగినప్పుడు
తెగినకొనను కదురుకొననుండి తీయుటకు నెక్కువగ వంగవలసి
వచ్చును. ఈ యంశములన్నియు హెచ్చుశ్రమను, అలస
టను కలిగించునట్టివి. కావున పెక్కుమంది ఇట్టి శ్రమను
నివారించుకొనుటకు చక్రమును హెచ్చుగా తిప్పటలో గల
కష్టమును సహించియైనను చిన్న చక్రమున కిచ్చుగితురు.

పెద్దచక్రపు రాట్నములో ఆసనమునుండి కదురు దూర
ముగ నుండిపోవుటకు ప్రత్యేక కారణము కలదు. చక్రముల
మీది మాలపట్టు, వాని పరిమితియొక్క స్పర్శాత్మక భాగము
మీద నాధారపడి యుండును. ఈ స్పర్శాత్మక భాగము
ఎంత పెద్దదిగా నుండునో అంతగా మాలపట్టు హెచ్చుగా
నుండును. ఈ దృష్ట్యా త్రిప్పనట్టి చక్రము, తిడుగునట్టి
చక్రము— ఈ రెండు చక్రముల కేంద్రములకుగల యంత
రము రెండింటియొక్క త్రిజ్యా యందలి యంతరముకంటె
కనీసము మూడు రెట్లుండవలెనని లెక్కకట్టబడినది. చక్రము
16 అంగుళము లైనయెడల దాని త్రిజ్యా 8 అంగుళములై
యుండును. కదురుదిండు త్రిజ్యా యేమియు లేనట్లే భావించు
నెడల $8 \times 3 = 24$ అంగుళముల యంతరము రాట్నపు టిరు

సుకు, కదురుకు మధ్యనున్నచో అది సరియని భావించబడును. రాత్నము 30 అంగుళము లున్నయెడల చక్రముమధ్యనుండి $15 \times 3 = 45$ అంగుళముల దూరములో బొమ్మచేర్చి సమర్పవలసి యుండును. ఇంత దూరములో నుంచనియెడల మూల హరిపోవును. కడుకుచుట్లు లెక్కవగును. పెద్దచక్రము నుంచుటకు గల మూలకారణము సిద్ధింపదు. ఈ యంతరము 45 అంగుళములు ఉంచబడుచెడల అసల మెచ్చట నుండవలెనను క్లిష్టమవస్థ యేర్పడును. కదుకువైపు కూంచబడునెడల చేతిపిడి దూరమైపోవును. పిడికి దగ్గరగా కూర్చుండుటకు ప్రయత్నించునెడల కదుకు దూరమైపోవును.

పెద్ద రాత్నములను తయారు చేయించుటలో నీ యంశము లన్నిటిని పట్లబడు దృష్టిలో నిడికొనవలసి వచ్చును. పెద్ద చక్రమునకు సిడికూడ నొక పరిమితియొప్పున్నది. పోచిన రాత్నములలో నిట్టి పరిమితి సరిగా నుంచబడెడివి కాదని పై పట్టికవలన గోచరించును.

ఈవిధముగు పెద్ద రాత్నములలో పిడివైపుకే కూర్చుని వడుకుటవలన పెద్ద పరిశ్రమమును దీసికొనుచు, పొడవైన క్రొత్త దూరమును తీయువచ్చును. దీనిని కొందరు లాభకరమని భావించురు. కాని పైన ఇందుగల యిబ్బందులుకూడ దెలుపబడినవి. ఇవిగాక ఈవిధముగు వడుకులో తరుచుగా వడుకు కోణము తులనాత్మకముగా (comparatively) చిన్నదైపోవును. ఇది మరియొక దోషము. చిన్న వడుకుకోణములో కదురు కొననుండి దూరము విస్తారముగ తెగిపోవునట్టి యవకాశము,

కదురు దడదడయొక్క యదురుదువలన నేర్పడు విశేషాకర్షణము, పురి వెడలుటలో నేర్పడగల యవరోధము మున్నగు దోషములు కలుగును. ఈ యిబ్బందులన్నిటివలన చక్రమును పెద్దదిగా నుంచునట్టి యుపాయము పరిమితమగుచున్నది.

ఈ పరిమితులలోనుండి, చుట్ల నెక్కువగా సంపాదించుటకు ప్రాచీన కాలమున నెంతగా యోచించబడినది మనకు బీహారు రాట్నపు కదురు, పురాతన సావలీ రాట్నములద్వారా తెలియుచున్నది. దిండులేని కదురునుగురించి తొలుతనే చెప్పబడినది. సావలీలో దిండులేని కదురు ఉపయోగింపబడుటలేదు. చక్రముకూడ చిన్నదిగా, యుమారు 14 అంగుళములు కలదిగా నుండును, కాని తక్కువ శ్రమతో అచక్రమునే వడిగా త్రిప్పునట్టి మార్గము అచ్చట కాన్పించుచున్నది. కుమ్మరి వాని చక్ర మేవిధముగా నొక దండముతో త్రిప్పుబడునో అదే విధముగా సావలీరాట్న చక్రపు విడిని ఒక పొడుగైన సన్నని దండముద్వారా త్రిప్పుదురు. దండమువలన మిక్కిలి తక్కువ శ్రమతో హస్తచాలనమును విశేషముగా తగ్గించుచు నెక్కువ వడిగా దా చక్రమును దిప్పుదురు. చక్రము చిన్నదిగా నుండుటవలన దాని ప్రతి చుట్టులోను కదురు తక్కువగా తిరుగుచున్నను స్వయముగా చక్రము వడిగా తిరుగుటవలన మొత్తము కదురుచుట్లు వృద్ధిచెంది కదురున కావశ్యకమగు వేగము లభించును. ఈ పద్ధతిలో చక్రము పెద్దదైనయెడల గాని, లేక రాట్నమేదేని కారణముచేత బరువుగా తిరుగుచున్న గాని దానిని దండముద్వారా త్రిప్పుట యెక్కువ కష్టమగును.

మరియు చేతికి నొప్పికలుగ నారంభించును. కాని చిన్న చక్రముగల తేలిక రాత్తుమైనచో దండముద్వారా దానిని త్రిప్పనట్టి పద్ధతి మిక్కిలి ఫలవంతముగా నుండును. ఈ పద్ధతి యందుగల పరిమితులను, గుణదోషములకు సంబంధించిన తదితర విషయములను యంత్రశాస్త్రమునకు వదలి మనము మన లెక్కలలో ముందుకు సాగిపోదము.

పురాతనకాలమందలి యీ నిధానముల సభిగమించి వడిచక్రము నుపయోగించునట్టి నూతనవిధానము కనుగొనబడినది. కడురుచుట్లను పెంపొందించుట కనియొక ప్రత్యేకమైన యుపాయము. చుట్లను వృద్ధిపరచవలసిన యావశ్యకత లేకపోవచ్చును. కాని రాత్తుమును ఉన్నదము తక్కువగా నుంచవలసి యున్నప్పటికి వడిచక్రమువలన ప్రయోజనము బడయవచ్చును. వడిచక్రము రాత్తుమందలి సామర్థ్యమును పెంపొందించునట్టి యొక సాధనము. కాని అందుతోపాటు దానిని తయారుచేయుటకు ప్రత్యేక కాశలము, ప్రత్యేక సాధనము లవసరము. మామూలు వ్రడంగి దానిని సవ్యముగా తయారుచేయుచాలదు. కుగ్రామములలో వడిచక్రము తయారు చేయుట కనువగు సాధనములు సేకరించుట కష్టము. వడిచక్రములో లోహమును విస్తారముగ నుపయోగించవచ్చును. చెడిపోయినచో తమకుతాముగా దానిని మరమ్మత్తుచేయుటకు వెక్కుమంది కర్మకారులకు వలనుపడదు. స్ప్రింగును తయారు చేయనిదే వడి చక్రము సరిగా పనిచేయదు. ఈ విషయము లన్నిటినిబట్టి ప్రాచీన రాత్తుములలో వడిచక్రము ఎందులకు

యోగింపబడసిది మనకు దెలియుచున్నది. కొన్ని చేతి యుగము వేరు. పల్లెలలో గాకున్న పట్నములలోను, మామూలు వడ్రంగివలన గాకున్న శాస్త్రాన లోను వడిచక్రమున కవసరమైన సాధనములు, వస్తువులు మన కతిసులభముగ లభించుచున్నవి. క్రమక్రమముగా వడిచక్రము పొచ్చుగా నుపయోగింపబడుచున్నది. ఒకప్రక్కన ప్రాచీనరాత్నములకు వడిచక్రము నుపయోగించుట ప్రయత్నించుట గావింపబడుచున్నది. మరియొకప్రక్కన కొత్తరాత్నములను వడిచక్రములతోనే తయారుచేసి వానిని ఉన్నతము లెక్కువగా నుంచుటకు వివిధోపాయములు కనుగొనబడుచున్నవి. ఇట్లు ప్రయత్నించుటలో నేటికాలమున సరికొత్త పద్ధతిగా రాత్నములు తయారగుచున్నవి. మనము వానిని అడ్డరాత్నములను చూస్తాము. ఇప్పటి వడిచక్రమునకు సంబంధించిన కొన్ని లెక్కలను మనమిచ్చట బరిశీలించుదము. ఈ లెక్కలను అడ్డరాత్నమును దృష్టిలో నిడికొని చేయుదము.

ఉదాహరణము:- (8) ఒక అడ్డరాత్నములో చక్రము, దిండ్లు— ఈ రెండింటి వ్యాసములు దిగువరీతిగ నున్నవి.

పెద్ద చక్రపు వ్యాసము 8 అంగుళములు.

వడిచక్రపు దిండువ్యాసము 1 అంగుళము.

వడిచక్రపు చక్రిం వ్యాసము $3\frac{1}{2}$ అంగుళములు.

కదుకు దిండువ్యాసము $\frac{1}{2}$ అంగుళము

ఈ రాత్నములో పెద్దచక్రము ఒక పర్యాయము తిరిగినమీదట కదురెన్ని పర్యాయములు తిరుగునో తెలుపుడు?

విధానము:- రెండు చక్రముల రాట్నములలో పెద్ద చక్రపు కుల వడిచక్రపు దిండును. వడిచక్రపు కుల దిండును దిద్దెను. ఈ రెండు దిండులను చేర్చబడిన దిండ్ల నియ, వాటి పరిభ్రమణము క్రమముగా వడిచక్రము, కదురుల యొక్క పరిభ్రమణమే యనియు జ్ఞాపక ముంచుకొనవలయును. కావున తొలుత పెద్దచక్రము ఒక వర్షాయము తిరిగినచో వడి చక్ర మెన్ని వర్షాయములు తిరుగునది పరిశీలించవలయును. పెద్దచక్రము, వడిచక్రపు దిండుల కొలతలవలన దీనిని మనము పరీక్షింప గలుగుదుము. అడ్డరాట్నములో పెద్దచక్రము, వడి చక్రము ఈ రెండే వర్తులాకారముగా యూరు చేయుబడును. కావున చక్రముయొక్క పరిధిని బరీక్షింపక ఈ లెక్కను నేరుగా వ్యాసముయొక్క అంశముబట్టియే చేయకల్గుదుము. ఏ నన పరిధులకు ఏ యనుపాతముండునో అదియే వ్యాసములకుగూడ అనుపాతమై యుండును. దీనిని గణితభాషలో దిగువరీతిగా దెలుపవచ్చును.

∴ చక్రము, దిండు, — ఈ రెండును వర్తులాకారములు.

$$\therefore \frac{\text{చక్రపు పరిధి}}{\text{దిండు పరిధి}} = \frac{\text{చక్రవ్యాసము}}{\text{దిండువ్యాసము}}$$

లెక్కలో మేము అంశలన్నియు వ్యాసమునకు సంబంధించినవి యిచ్చియున్నాము. కనుక నేరుగా దిండువ్యాసముతో పెద్దచక్రపు వ్యాసమును భాగించి వడిచక్రపు చుట్లు కనుగొనుటలోనే సౌకర్యముకలదు. వడిచక్రపు దిండువ్యాసము

1 అంగుళము. పెద్దచక్రపు వ్యాసము 8 అంగుళములు. కనుక పెద్దచక్రము ఒక పర్యాయము తిరుగునపుడు వడిచక్రము $8 \div 1 = 8$ పర్యాయములు తిరుగునని లెక్కతేలినది. మన మిప్పుడు వడిచక్రము ఒక పర్యాయము తిరిగినమీదట కదు రెన్ని పర్యాయములు తిరుగునో పరీక్షించవలెను. కావున వడిచక్రపు చక్రవ్యాసమును కదురు వ్యాసముతో భాగించ వలసి యుండును. వడిచక్రపు చక్రము $2\frac{1}{2}$ అంగుళముల వ్యాసము గలదని పేర్కొనబడినది. కదురుదిగడు $\frac{1}{2}$ అంగుళము వ్యాసముగలది. కావున వడిచక్రము ఒక పర్యాయము తిరుగునపుడు కదురు $7\frac{1}{2} \div \frac{1}{2} = 14$ పర్యాయములు తిరుగును. పెద్ద చక్రము ఒక పర్యాయము తిరుగునపుడు వడిచక్రము 8 పర్యాయములు తిరుగునని మనము పైన చెల్లెడికొనియున్నాము. దీనినిబట్టి అడుగబడిన లెక్కకు పెద్దచక్రము ఒక పర్యాయము తిరుగునపుడు కదురు $8 \times 14 = 112$ పర్యాయములు తిరుగునని సమాధానము వచ్చినది.

ఈ లెక్కనుబట్టి వడిచక్ర మేవిధముగ కదురుచుట్లను బెంపొందించుటకు దోడ్పడునో బోధపడగలదు. దిండు పరిధి మూలమున అది స్వయముగా దిగిపబడును. కాని అది కదు రును తన పెద్ద పరిధి, అనగా చక్రముయొక్క పరిధిద్వారా త్రిప్పుచున్నది. ఈవిధముగ ఏ వడిచక్రమైనను తన దిండుకంటె తన చక్ర మెన్నిరెట్లు పెద్దదిగానుండునో అన్నిరెట్లు కదురు చుట్లను వృద్ధిపరచుటలో శక్తివంతముగా నుండును. దీనిని వడిచక్రమందలి సామర్థ్యము, వడిచక్రముయొక్క గుణము లేక వడిచక్రపు టనుపాత మందురు.

వడిచక్రపు దిండుకొలతను, చక్రపు కొలతను కనుగొని దాని సామర్థ్యమును, దాని గుణనము లేక యనుపాతమును దెలిసికొనవచ్చును. పై లెక్కలో వడిచక్రము 3 $\frac{1}{2}$ లేక 2:7 యనుపాతము గలదని చెప్పబడును. అప్పుడప్పుడు దీనిని 7:2 అనుపాతము గలదనికూడ జెప్పదురు. రాబ్బములో చక్రము, దిండులయొక్క యనుపాతమును దెలుపునపుడు మొదటిసంఖ్య చక్రమునకు సంబంధించియు యుండవలెననిగాని లేక దిండుకు సంబంధించియు యుండవలెననిగాని నియమమేదియు బేర్కొనబడలేదు. ఎల్లప్పుడు దిండు గతి చక్రముపైనను, కదురుపైనను ఏ చక్రముకంటె గూడ చిన్నదిగానే యుండును; కావున అనుపాత సంఖ్యలు ఎట్టివి వ్రాయబడినప్పటికి పెద్దసంఖ్య చక్రమునకును, చిన్నసంఖ్య దిండుకును సంబంధించినదిగా భావించబడును. కొలత, అనుపాతము, గుణాంకము (గుణనము) లకు సంబంధించిన దిగువ లెక్కలు చేయుడు—

(1) వడిచక్రపుదిండు 1 అంగుళము, చక్రము 3 $\frac{1}{2}$ అంగుళముల వ్యాసము కలదైనచో దాని యనుపాతమెంత? ఉత్తరము 4:16

(2) వడిచక్రపు దిండు 1.1 అంగుళములు, చక్రము 4 $\frac{1}{2}$ అంగుళముల వ్యాసము కలిగియున్నచో దాని యనుపాతమెంత? ఉత్తరము 22:85

(3) వడిచక్రపు దిండు 1.2 అంగుళములు, చక్రము 5 అంగుళముల వ్యాసము కలిగియున్నచో దాని గుణాంకమెంతయందును? ఉత్తరము 4 $\frac{1}{2}$.

(4) 3 $\frac{1}{2}$ గుణాంకముగల వడిచక్రపు దిండువ్యాసము 1 $\frac{1}{2}$. అంగుళము లైనయెడల చక్రవ్యాస మెంతయుండును? ఉత్తరము 3 $\frac{1}{2}$

(5) 5 గుణాంకముగల 1 $\frac{1}{2}$ దిండుగలిగిన వడిచక్రపు టనుపాత మెంతయుండును? ఉత్తరము 5 : 1

(6) 4 $\frac{1}{2}$ గుణాంకముగల 1 $\frac{1}{2}$ అంగుళములు కలిగిన వడిచక్రపు టనుపాత మెంతయుండును? ఉత్తరము 9:2

(7) 6 అంగుళముల చక్రముగల వడిచక్రపు గుణాంకము 5 అయినయెడల దిండువ్యాస మెంతయుండును? ఉత్తరము 1 $\frac{1}{2}$

(8) 17 : 80 అనుపాతముగల వడిచక్రమందు చక్రము 5 $\frac{1}{2}$ అంగుళముల వ్యాసము కలదైనచో దిండువ్యాసము ఎన్ని అంగుళములుండును? ఉత్తరము 1 $\frac{1}{2}$.

ఇచ్చట యంత్రీకదృష్ట్యా వడిచక్రముయొక్క గుణాంకము (గుణనము) నకుగాని, అనుపాతమునకుగాని ప్రత్యేక పరిమితులుండునన్న విషయమునుమాత్రము తప్పక గమనించవలెను. రాత్నము ఒరువుగా నుండకుండుటకు ఈ గుణాంకము లేక అనుపాత మెంతయుండవలసినది పరిశీలింపవలసియుండును. ఇదిగాక యీ గుణాంకము కేవలము గణితపు చుట్లను మాత్రమే తెలుపుననికూడ గమనించవలెను. మాల జారుడు వలన నీ గణితపు చుట్లలో విశేషతారతమ్య మేర్పడవచ్చును.

ఈ లెక్కలనుబట్టి వడిచక్రపు కొలతలు మనకు తెలియు కున్నప్పటికీ వాని శక్తి, గుణాంకము, అనుపాతములు తెలిసి యున్నయెడల వాటినిబట్టియైనను కడుగుచుట్ల లెక్కను తేల్చు

వచ్చును. అయితే పెద్దచక్రము, కదురుదిండుల వ్యాసములు గాని లేక పరిధుల కొలతలకు సంబంధించిన యంశాలుగాని లేదా వాటి పరస్పర అనుపాతములుగాని మనకు తెలిసియుండవలెను. వ్యాసము లేక పరిధి కొలతలవలన చుట్టును బరీక్షించుటకంటె కేవలము అనుపాతముచుబట్టియే లెక్కకట్టుట సులభముగాను, ఎక్కవ సౌకర్యముగాను ఉండును. పై యుదాహరణమునే తీసికొనుడు. వడిచక్రపుడిండు 1 అంగుళమునియు, దాని చక్రము $3\frac{1}{2}$ అంగుళములనియు జెప్పబడినది. అనగా త్రిప్పబడునట్టిదాని డిండు, త్రిప్పనట్టి చక్రము—ఈ రెండింటి యొక్క పరస్పర అనుపాతము క్రమశః 1 : $3\frac{1}{2}$ అనగా 2 : 7 అయియుండును. ఉదాహరణములో మనకీ అనుపాతమే నివ్వబడియున్నచో డిండు, చక్రములవ్యాసము క్రమముగా 1 : 3 అంగుళములే యుండుననుట కవకాశము లేకపోయెడిది. అది క్రమముగా $1\frac{1}{2}$, $4\frac{1}{2}$ (1.25, 4.375) కూడ కాగలుగుట కవకాశముండెను. కాని లెక్కనిమిత్తము దానివలన మనశెట్టి ప్రయోజనములేదు. దిగువ నుదహరింపబడిన రీతిగా మనము నేరుగా అనుపాతమువలననే లెక్కచేయగలిగియుండుము.

వడిచక్రము లేకున్నచో పైన నివ్వబడిన రాత్నమందు కదురుచుట్లెన్ని యుండెడిచో యూహింపుడు. పెద్దచక్రము 3 అంగుళముల వ్యాసమును, కదురుదిండు $\frac{1}{2}$ అంగుళము వ్యాసమును కలిగియున్నవి. ఈ లెక్కనుబట్టి కదురుచుట్లు $3\frac{1}{2} \div \frac{1}{2} = 7$ అయి యుండవలెను. కాని వడిచక్రమును 2:7 అనుపాతము గలదాని నుపయోగించుటవలన ఈ చుట్లు 3

రెట్లు హెచ్చుగానుండును. అనగా $32 \times \frac{1}{2} = 112$ చుట్టుండు నని సమాధానము వచ్చినది.

పెద్దచక్రము, కదురుడిందుల కొలతలకు బదులు అను పాతమే మనకు దెలిసియుండినచో లెక్క మరింత సులభమై యుండెడిది. ఆ యనుపాతము క్రమముగా $8\frac{1}{2}$ అనగా $32:1$ అని చెప్పబడియుండును. వడిచక్రపు టనుపాతము $2:7$ అని మనము పైన దెలిసికొనియే యున్నాము. ఈ రెండనుపాతము లను భిన్నములలోనికి మార్చి వాటిని గుణించినచో కదురుచుట్లు వచ్చును. భిన్నములలోనికి మార్పునపుడు రెండు అనుపాత ముల పెద్దసంఖ్యలూ అంశస్థానములూను, చిన్నసంఖ్యలు విభాజక స్థానములూను ఉండవలెనని మాత్రము తప్పక గమనించ వలెను. ఇచ్చట రెండింటి యనుపాతములున్ను $32:1$, $2:7$ గా వచ్చినవి. పెద్దసంఖ్యలను అంశస్థానములలోనికి తీసికొనగా రెండింటి భిన్నసంఖ్యలూ క్రమముగా 32 , $\frac{1}{2}$ అయి యుండును. వీని గుణకారము $32 \times \frac{1}{2} = 112$ అగును. దీనినిబట్టి రెండు విషయములు గమనించబడును.

(1) చక్రము, దిండ్రయొక్క కొలతలు ఇవ్వబడినచో చక్రపుకొలతల గుణకారము
 దిండుకొలతల గుణకారము సరియైన కదురుచుట్లగును. అనగా కొలతలన్నియు ఒకేప్రమాణము గలవి కావలెను. కొలతలన్నియు వ్యాసమునకు సంబంధించిగాని, లేదా పరిధికి సంబంధించిగాని యుండవలెను. కొన్ని పరిధికి సంబంధించిగాని, కొన్ని వ్యాసమునకు సంబంధించిగాని యుండునెడల

వాటిని పరిధిలోనికిగాని, వ్యాసములోనికిగాని మార్పుకొనవలెను.

(2) చక్రము. దిండులయొక్క యనుపాతము లివ్వబడినచో చక్రముల యనుపాతముల గుణకారము సరియగు దిండులయొక్క యనుపాతముల గుణకారము కదురుచుట్లగును. అనుపాతసంఖ్యతో లెక్కకట్టునపుడు చక్రముల స్థానమునకును, దిండుస్థానమునకును సరిబంధించిన సంఖ్యలలో గడబిడ యేర్పడకుండునట్లు సావధానముగా నుండవలెను.

అభ్యాసార్థము క్రింది యుదాహరణములు చేయవలెను. ఇందలి సంఖ్యలు కొన్నిచోట్ల కొలతకును, కొన్నిచోట్ల అనుపాతమునకును, కొన్నిచోట్ల వ్యాసమునకును, కొన్నిచోట్ల దిండుకును సంబంధించియున్నవి. దీనిని సరిగా గమనించియే లెక్కచేయవలెను. ఉదాహరణములను సంగ్రహముగా వ్రాయగలుగుటకు క్రింది 'సంకేతములు' నిర్ణయించబడినవి.

ప=పరిధి	వ్య=వ్యాసము	త=త్రిజ్యా
పె=పెద్దచక్రము	చి=చిన్న అనగా వడిచక్రపు చక్రము	
వ=వడిచక్రపు దిండు	క=కదురుదిండు	

(1) 'పె' 8 అంగుళములు, 'వ' 1 అంగుళము, 'చి' 4 అంగుళములు, 'క' 0.3 అంగుళముల వ్యాసము కలవైనచో నా రాత్తుములో కదురుచుట్లెన్నియుండును?

ఉత్తరము : 106: చుట్లు.

(2) 'పె' 'చి' ల యొక్క పరిధులు క్రమముగా 28.582, 9.4248 అంగుళములై యున్నవి. 'ప' యొక్క వ్యాసము $1\frac{1}{2}$ అంగుళములు. 'క' యొక్క పరిధి 0.9 అంగుళము అయినయెడల కడుగు చుట్టెన్నియుండును? ఉత్తరము షుమారు 63.

(3) 'పె, తి'=4 'చిప'=9.4248, 'వవ్య'=1 'కవ్య'=0.25 అంగుళములై నయెడల కడుగుచుట్టెన్ని? ఉత్తరము 96.

(4) 'పె' 'క' ల యొక్క యనుపాతము క్రమముగా 30 : 1 అయియున్నది. 3 : 11 అనుపాతముగల వడిచక్రముపయోగించబడునెడల కడుగుచుట్టెన్నియుండును? ఉత్తరము— 110 చుట్టు.

(5) 'పె' 'క' ల యనుపాతము 25:1 అయియున్నయెడలను, మనకు 100 కడుగుచుట్లు కావలెనన్నయెడలను ఏ యనుపాతపు వడిచక్రమునుపయోగించవలెను? ఉత్తరము 4:1.

(6) 'వతి' $\frac{1}{2}$ అంగుళము, 'చివ' 4 అంగుళములు కడుగుచుట్లు 128 అయినయెడల 'పె' తో 'క' కు గల యనుపాతమెంత? ఉత్తరము— 36 : 1.

(7) 'పె' తో 'క' కు గల యనుపాతము 55 : 2 అయి యున్నది. వడిచక్రము 18 : 4 అనుపాతము కలిగియున్నది. దీనిని మార్చి 5 : 1 అనుపాతముగల వడిచక్రము నుపయోగించునెడల మొదటి వడిచక్రమువలన నేర్పడినట్టిచుట్ల సంఖ్యకును, రెండవ వడిచక్రమువలన నేర్పడగల చుట్లసంఖ్యకును అనుపాత మెంతయుండును? ఉత్తరము— 18 : 20.

(8) ఒక కాట్నములో 'పెవ్య' = 7 అంగుళములును, 'వవ్య' = 1 అంగుళమును, 'చివ్య' = 3½ అంగుళములును, 'కవ్య' = 3½ అంగుళములును అయియున్నది. కదురుచుట్లెన్ని యుండునో తెలుపుడు. 'పెవ్య' ½ అంగుళము పెద్దదిగా చేయ బడినచో 'చుట్లెన్నియుండునో' కూడ దెలుపుడు. 'పెవ్య' ను హెచ్చింపక 'చివ్య' ను ½ అంగుళము పెంచినయెడల చుట్లెన్ని యుండును? ఉత్తరములు—(1) 65½ (2) 70, (3) 74½ చుట్లు.

రాట్నమున కొక్కచక్రమున్నపుడును, లేక వడిచక్ర ముకూడ నున్నపుడును, చక్రము, దిండులయొక్క కొలతలు గాని, అనుపాతములుగాని మనము తెలిసికొనియున్నపుడును, కొలతలు వ్యాసమునకుగాని లేక పరిధికిగాని సంబంధించి యున్నపుడును, కొన్నిటికి కొలతలను, కొన్నిటికి అనుపాతము లను దెలిసికొనియున్నపుడును, కొన్ని కొలతలు వ్యాసమునకు, కొన్ని కొలతలు పరిధికి సంబంధించియున్నపుడును, కదురు చుట్లను ఎట్లు లెక్కకట్టవలసినది మనము గమనించియుంటిమి. ఈ విషయమున కొన్ని సూక్ష్మంశములను దెలిసికొనుట కూడ నవసరము.

తొలుత భావనుగురించి యొక విషయమును దెలిసి కొనవలెను. వడిచక్రమందలి సామర్థ్యము దాని గుణాంకము (గుణము) లేక యనుపాతమువలననే పరీక్షింపబడగలదు. కేవలము 4 అంగుళములు లేక 5 అంగుళముల వడిచక్రమనుట వలన ఆ వడిచక్రము కదురుచుట్లను ఎన్నిరెట్లు వృద్ధిపరచగలు గునో బోధపడదు. 4 అంగుళముల వడిచక్రమనగా దాని

చక్రపువ్యాసము 4 అంగుళములగునని యర్థము. కాని దాని దిండువ్యాస మెంతయుండునది తెలియకుండ చక్రపు వ్యాసమును దెలిసికొనుటవలన మనపని పూర్తికాజాలదు. అయితే దిండు 1 అంగుళము వ్యాసముమాత్రమే కలిగియున్నయెడల 4 అంగుళముల వడిచక్రమనుటవలన చక్రముయొక్క ఉన్నతము, దాని గుణాంశశక్తి—ఈ రెండును ఒకేపర్యాయముగా బోధపడగలవు. కాని వడిచక్రపు దిండువ్యాసము 1 అంగుళము హెచ్చుతగ్గుగా నుండవచ్చును. ఈ స్థితిలో వడిచక్రము కేవలము చక్రమును కొలుచుటవలననే గుర్తింపబడజాలదు. కొంతవర కర్థమగునటుల మన యవసరములనుబట్టి దానిని మూడువిధములుగా గుర్తింపవచ్చును.

(1) వడిచక్రపు దిండు, చక్రము—ఈ రెండింటి కొలతలు.

(2) వడిచక్రపు దిండు, చక్రములయొక్క పరస్పర అనుపాతము.

(3) వడిచక్రముయొక్క గుణనాంశము.

మనము వడిచక్రముయొక్క ఉన్నతము తెలిసికొనుట తప్పక ఆవసరమైనప్పుడు మొదటి పద్ధతి నుపయోగించవలెను. కేవలము కడురుచుట్లనుమాత్రమే లెక్కకట్టవలసియున్నప్పుడైతే రెండవ లేక మూడవపద్ధతి యనుభావలో వడిచక్రముయొక్క శక్తిని దెలుపుట యుక్తముగా నుండును. ప్రతి వడిచక్రముమీద దాని గుణనాంశము చెక్కబడినచో వడుకు వారణ సులభముగా దానివలన ప్రయోజనము బడయగలదు.

భాషవిషయమున గమనింపవలసిన మరియొక యంశ మేమనగా రాత్నముయొక్క చక్రమునకును, దిండుకును రెండేసి వ్యాసములుండును. ఒకటి చక్రము లేక దిండుకు వెలుపలియంచుయొక్క వృత్తాకారపు వ్యాసమునబడును. రెండవది చక్రము లేక దిండు గాడి యుపరిభాగముయొక్క పరిధివ్యాస మని చెప్పబడును. మొదటిది పెద్దది. రెండవది చిన్నది. మొదటి వ్యాసమునకును, రెండవ వ్యాసమునకును పరస్పర అనుశాత మెంతయుండవలసినది నిర్ణీతమైయుండలేదు. అది విశేషముగా చక్రము లేక దిండుయొక్క ఉన్నతముపై నాధార పడియుండును. పెద్ద చక్రములో నా యనుశాత 16:15 అయియుండునెడల వడిచక్రముయొక్క చిన్నచక్రమునందు అది 8:7 గాను కదురు దిండునందు 2:1 గాగూడ నుండవచ్చును. రాత్నమును తయారుచేయువారు లోహమునకు, కర్రకు అగు నట్టి ఖర్చులు, ఆక్రమించబడు స్థలము మున్నగు విషయములను దెలిసికొనుటకు మొదటి, అనగా పెద్దవ్యాసముచుగూడ దెలిసికొనవలసియుండును. వడుకులెక్కలలో చుట్ల యెన్నిక నిమిత్తము కేవలము రెండవవ్యాసము తెలిసికొనుటవలన పని జరిగిపోవును. మొదటి వ్యాసము 'అంచుయొక్క వ్యాస మనియు', రెండవది 'గాడియుపరిభాగముయొక్క వ్యాస' మనియు జెప్పవచ్చును. ఈ లెక్కలలో దిండునుగురించి యేమియు బేర్కొనబడనిచోట వ్యాసమనగా 'గాడియుపరిభాగముయొక్క వ్యాస' మనియే యర్థముచేసికొనవలెను. 'సాధారణముగ 'గాడి యుపరిభాగముయొక్క వ్యాస' మును బట్టియే గణితపు చుట్లు లెక్కించబడును.

ఈవిధముగ రాత్తుమందలి పురిపెట్టునట్టి సామర్థ్యమును చుట్ల యెన్నిక లెక్కరూపమున ఇప్పటివరకు మనము పరిశీలించి యున్నాము. అట్టి సామర్థ్యమును తగ్గించుటకును, పెంపొందించుటకును గల కారణములనుగూడ గొన్నిటిని దెలిసికొని యున్నాము. ముందరి పరిశిష్టములలో నీ కారణముల దెలుపునట్టి ఒక జాబితాకూడ నీయబడినది. ఇక మనము చుట్ల యెన్నిక ప్రత్యక్షపువడుకుప్రక్రియకు సంబంధించిన లెక్కలలో నెట్లు ఉపయోగకరముగ నుండునో అందుకు సంబంధించిన యుదాహరణములు చేయుదము.

ఉదాహరణము (9) 12 వ నంబరు 24 అంగుళముల దారము వడుకుటకు 100 కడురుచుట్లు గల రాత్తుపుచక్రమును ఎన్ని పర్యాయములు తిప్పవలసి వచ్చును? మరియు రాత్తుముమీద అంతే పొడవుగల 36 వ నంబరు దారము వడుకవలసి యున్నయెడల చక్రమును ఎన్ని పర్యాయములు తిప్పవలసి యుండును?

విధానము:— ఒక అంగుళము దారమునకు $\sqrt{12} \times$ “ర” పురులు కావలెనని ఒకటవ నూత్రములో దెలుపబడినది. మామూలు పద్ధతిని మన లెక్కలలో $r=4$ అని భావించవలెననికూడ జెప్పబడినది. దీని ననుసరించి 12 వ నంబరు 1 అంగుళము దారములో $\sqrt{12} \times 4$ పురులు అనవలయును. మన మీ యుదాహరణములో 12 వ నంబరు 24 అంగుళముల దారమందలి పురులను లెక్కకట్టవలసియున్నది. అవి $\sqrt{12} \times 4 \times 24$ ఉండవలెను. అంత పురికి కడురునుగూడ అన్నే

పర్యాయములు త్రిప్పవలెను. కావున $(\sqrt{12} \times 4 \times 24) \div 100 = (3.464 \times 24) \div 25 = 33.272 \div 25 = 3.33 \dots$ పర్యాయములు చక్రము తిరిగినమీదట 12 వ నంబరు 24 అంగుళముల దారము వడుకబడగలదు. ఇది మొదటిప్రశ్నకు సమాధానము.

ఆవిధముగ 36 నంబరు 24 అంగుళముల దారమునకు దానిని $(\sqrt{36} \times 4 \times 24) \div 100 = (6 \times 24) \div 25 = 144 \div 25 = 5.76$ పర్యాయములు త్రిప్పవలసివచ్చును. ఇది రెండవ ప్రశ్నకు సమాధానము. ఈ లెక్కలో మనము జారుడును లెక్కకట్టి యుండలేదని గుర్తుంచుకొనవలెను. మొత్తము మీద 100 చుట్టుగల రాత్తుమనగా 100 గణితపు చుట్టుగల రాత్తుమని యర్థమగును. ఇందువలన వాస్తవమునకు జారుడును లెక్కకట్టిన పిమ్మట చక్రమును పై సమాధానములలో దెలుపబడిన చుట్టుకంటె హెచ్చు పర్యాయములే త్రిప్పవలసి యుండును. కాని సాలభ్యమునకు ఇంకను మనమీ నూత్నమునువదలి తొలుత ప్రతి వడుకు పరిక్రమణములోను రాత్తువు చక్ర మొన్ని పర్యాయములు తిరిగిన యుక్తముగా నుండునన్న విషయమును గమనింతము.

ఇదియొక వికట ప్రశ్న. వడుకు పరిక్రమణము పెద్దదిగా నుండును. మరియు చిన్నదిగానూడ నుండును. 12 అంగుళముల కొత్తదారము మొదలుకొని 22 అంగుళముల కొత్తదారమువరకు వడుకు పరిక్రమణములు తీయుట యుక్తమని మొదటి ప్రశ్నరణములో మనము తెలిసికొని యుంటిమి.

నూలునంటరు ఒకప్పుడు ముతకగాను ఒకప్పుడు సన్నముగానుండును. ఇదిగాక ప్రతిమనుష్యుని యలవాట్లలోగూడ భేదముండును. విషయములన్నిటిని దృష్టిలో నిడికొన్నచో ఈప్రశ్నను ఏదే నొకేనియను రూపమున బరిష్కరించుట కష్టమే. అయినప్పటికీ, సరిగా గాకపోయినను స్థూలపద్ధతిని చక్రము యొక్క పరిభ్రమణము, కొత్తదారము యొక్క యాకర్షణము—ఈ రెండింటి వేగమందలి పరస్పర సంబంధమును గురించి కొన్ని యంశములను గ్రహించుటయు, వాని స్థూల సంఖ్యలను దెలిసికొనుటయు నవసరమై యున్నది. తన యలవాట్లకు దోడుగ నే యితరాంశముల వలన ఏతల్ పరిభ్రమణాకర్షణములలో మార్పు కలుగునో తెలిసికొన్నచో మానవుడు వడుకుటలో తన శ్రమను గొంతవరకు నివారించు కొనుటకును, తన నూలునందలి బలమును, సమానతను బెంపొందించుటకును, తెంపులు తగ్గించుటకును, వడుకు వేగమును వృద్ధి పరచుటకును సమర్థుడగును. మరియు, రాత్నము నేవిధముగ తయారుచేసిన తన కనుకూలముగ నుండునో యోచించుకొనగలుగును.

ఇందువిషయమై మనము మూడు విధములుగ నాలోచించవలసి యుండును.

(1) రాత్నముయొక్క యార్థిక పరిమితులు.

(2) శరీరావయవములు చేయవలసియున్న పనులలో రెండువైపుల యవయవముల పనులయందును సమతులనము (Balance)

(3) దారము లాగునట్టి చేయి, చక్రము త్రిప్పనట్టి చేయి— ఈ రెండింటి వేగములను సమానత.

యాంత్రిక పరిమితులనుగురించి ఇంతకుమున్నే వెనుకటి లెక్కలో మనము తెలిసికొనిన విషయములనే యాధారపరచు కొని యాలోచింపుడు. పైపై నవలోకించుటవలన చక్రమును ఎంత తక్కువగా త్రిప్పవలసివచ్చునో అంతగానే శ్రమ తక్కువగుననియు, వేగము వృద్ధికాగలుగుననియు గోచరించును. చక్రముయొక్క ఒకే పరిభ్రమణములో ఒక పరిక్రమణము వచ్చునెడల సంతయో బాగుండునని కూడ దలంచవచ్చును. కాని యట్లు సంభవింపదు.

ప్రతి పరిక్రమణములోను క్రొత్తదారమెంత పొడవుగా నుండునో అంతగానేపురి హెచ్చు గావట్టును. అట్లే దారమెంత సన్నముగానుండునో ఆ చొప్పున పురికూడ నెక్కువగావట్టును. హెచ్చుపురికి కదురునుకూడ హెచ్చుగ ద్రిప్పవలసివచ్చును. చక్రము నెన్నిపర్యాయములు త్రిప్పవలసి వచ్చునది క్రొత్త దారము పొడవు, నూలు నంబుకు, రాట్నమందలి కదురుచుట్ల సంఖ్య— ఈ మూడు విషయములపై నాధారపడియుండును. పై లెక్కనే తీసికొనుడు,— 36 నంబురు 24 అంగుళముల దారము తీయుటకు 5.76 రాట్నపుచుట్లు వట్టునని లెక్క తేల్చబడినది. కాని యా రాట్నములో కదురుచుట్లు 100 కు బదులు 576 ఉండియున్నయెడల ఒక పర్యాయము చక్రము త్రిప్పటవలన పురి లభింపకలిగెడిదని భావింపుడు. కాని మన మింతకు పూర్వపు లెక్కలలో కదురుకు కొన్ని పరిమితులు

కలవనియు, చక్రమునకు గూడ పరిమితులు కలవనియు బరిశీలించితిమి. కావున చక్రమొక పర్యాయము తిరుగునపుడు కోరుకొన్న కడురుచుట్టు సంపాదించుట కాటంకములు కలవు. ఇందుమీదట నిస్సంక్షేపముగా వడిచక్రము సాధనముగా గనుగొనబడినది. కాని దీనికిగూడ కొన్ని పరిమితులు కలవు. ఎక్కువచుట్లను సంపాదించవలెననే యాశతో మిక్కిలి హెచ్చు గుణాంకము గల వడిచక్రము నుపయోగించునెడల రాత్నము బరువై చక్రమును గ్రోపుటకు ఎక్కువశక్తి యవసరమగును. ఈ యవరోధము లన్నిటివలన ప్రతి వడుకు పరికరములులోను చక్రమును ఒకటికంటె నెక్కువపర్యాయములు తీర్పువలసివచ్చుచున్నది.

చక్రమును ఒకటికంటె నెక్కువపర్యాయములు తీర్పువలసివచ్చుటకు మన శరీరావయవములు తమ సంచలనములో (సమతులనముగా) నుండవలసిన యావశ్యకత మరియొక కారణము. వడుకు ప్రక్రియలో మనము రెండుచేతులతో రెండు భిన్నవిధములగు పనులు చేయవలసివచ్చును. కావున ఈ సమతులనమును మనము సరిగా లెక్క కట్టజాలము. అయినప్పటికి దానిని దెలిసికొనుట యావశ్యకము. రెండువైపుల యవయవములూ ఒకే ప్రక్రియను చేయవలసివచ్చినచో మానవుడెక్కువ స్వాభావికముగను, సులభముగను వడుకుపనిని చేయగలిగి యుండును. కాని వడుకేగాకుండ అనేకమైన పనులు కలవు. వీనిలో మానవుడు చేతులు సంబంధించినంతవరకు ఈ అస్వాభావికతను వశపరచుకొనినాడు. వాయునపుడు ఏదేనొక

చేతితోనే అతడు పనిచేయును. వడ్డింగి వడ్డంగమునకు సంబంధించిన యనేక ప్రక్రియలలో ఒక సమయములో రెండు చేతులతోను వేరు వేరు పనులు చేయవలసివచ్చును. ఇట్టివే సేతకు సంబంధించిన పనులనేకములు కలవు. అందు రెండు చేతులును ఒకదానికంటె నొకటి పూర్తిగా భిన్నమైనపనులు చేయవలసివచ్చును. ఇవియన్నియు మనిష్యునియొక్క ప్రత్యేక కళలు. రెండు చేతులకు ఒకేపని, ఒకేశ్రమ కలిగించుట లోనే స్వాభావికత గోచరించును. ఒక చేతితో పెద్ద బొక్క నను, రెండవచేతితో చిన్న బొక్కనను తీసికొని నీరునింపుట కష్టముగనుండును. ఒక పాదముతో పెద్ద యంగను, రెండవ పాదముతో చిన్న యంగనువేసి నడచుట దాదాపు అసంభవ మగును. తిరుగలి విసురునపుడు వంతులప్రకారముగ రెండు చేతుల నుపయోగించుట మానవునకు సుఖకరముగా నుండును. ఈ సమతులనము సంతవరకు అమలుపరచకలుగునది ప్రతి పని యొక్క పద్ధతిమీద నాధారపడియుండును. వడుకుపనిలో రెండు చేతుల నొకేపర్యాయము ఒకేపనిలో నుపయోగించుట సాధ్యపడదు. ఇది మన నిస్సహాయత. ఈ సిద్ధాంతము ననుసరించియే దీనికి కొంతవరకు నివారణోపాయముగా అర్థగంట, లేక గంట తరువాత చేతులు మార్పుచుండుట శ్రేష్ఠమని భావించబడినది. ఇందలి లాభనష్టముల నేవిధముగను లెక్క కట్టజాలము. ఇందువలన వడుకు క్రియలో శరీరావయవములు చేయునట్టి పనికి సమతులనము లేదనిమాత్రము బోధపడును. కొంతవరకు సమతులనము కలిగించవలెనన్న పద్ధతిలోగాక రెండు చేతులయొక్క వేగములో కలిగించవచ్చును.

ఇక మనమీ వేగమును, అనగా మూడవ విషయమును గురించి యాలోచించుదము. రెండు చేతులయొక్క ప్రికియలును వేరువేరుగ నున్నప్పటికి వాటి వేగములో గొంతవరకు సమన్వయము కలిగించవలసిన యావశ్యకత కలదా లేదా యనునది మూడవ విషయము. ఇందును గురించికూడ నేటి వరకు స్థిరమగు గణితమేదియు స్థిరపడలేదు. కావున అనుభవమును బురస్కరించుకొనియే ఇంగువిషయమై మనము కొన్ని యంశములు విచారించుదము. అయినప్పటికి మనకిందు గణితమువలన గొంతవరకు సహాయము లభింపకలుగును. యాంత్రిక పరిమితుల నతిక్రమించి చక్రముయొక్క యొకే పరిభ్రమణములో నొక చూర్తి వడుకు పరిశ్రమణమును వడుకుట కవకాశము గల రాత్నమును తయారు చేయుదమనుకొనుడు. అయినప్పటికి ఆ విధమగు వడుకులో కష్ట మొక్కవగా నుండునని యనుభవమువలన దెలియుచున్నది. ఏలనన అట్టి రాత్నముమీద గూడ దారము లాగుటలో తప్పక ఒక పరిమితి యుండును. ఇట్టి పరిమితివలన పురిని గ్రహించునట్టి దారపు వేగమునకుగూడ పరిమితి యుండును. తనుక కదురు పరిభ్రమణమును పరిమిత మొనర్పవలసి వచ్చును. ఇట్లు పరిమిత మొనర్చుటకు చక్రమును చాల విదానముగ త్రిప్పవలసి యుండును. అనగా దానిని త్రిప్పనట్టి చేతి వేగమును చాల వరకు తగ్గించవలసి వచ్చును. అట్లు తగ్గించుటలో రెండు విధములగు లోపములు కలుగును. (1) ఏ పనినిగాని దానినైనదిక వేగముతో చేయక విశేష మందగమనముతో చేయు

టలో నేర్పడు దోషము (2) ఒక చేతికియను వేగముగాను, రెండవచేతి క్రియను మిక్కిలి నెమ్మదిగాను చేయుటలో గోచరించునట్టి అస్వాభావికత.

ఉదాహరణ కొకమనుష్యుని, పైకిలును మిక్కిలి నిదానముగ నడిపించ మన్నప్పుడుగాని, లేక బిక్కిలి నిదానముగా నడువమన్నప్పుడుగాని అస్వాభావికత గోచరించును. అదేవిధముగ చక్రమును మిక్కిలి నెమ్మదిగా త్రిప్పటకూడ కష్టమనిపించును. మిక్కిలి నెమ్మదిగా నడిపించుటలో ఒకవేళ శారీరకముగ కాకపోయినప్పటికి కనీసము మానసికమైన యవరోధము మాత్రము తప్పక యేర్పడగలదు. ఇది చక్రమును మిక్కిలి నెమ్మదిగ నడిపించుటలో నేర్పడునట్టి మొదటిదోషము.

కాని ఒకచేతితో దారమును పూర్తి వేగముతో లాగుచు రెండవచేతితో చక్రమును చాల నిదానముగ త్రిప్పవలసి వచ్చినప్పుడు మాత్రము ఈ దోషము మరింత తీవ్రమగును. ఇట్టి వడుకులో చక్రమును ద్విప్పటలో గల శక్తిమార్గము తేలికగా పైపెచ్చు చక్రమును మిక్కిలి సావధానముగాను, మిక్కిలి నేర్పుతోను త్రిప్పవలసి వచ్చుటవలన నెక్కువ యలసట గోచరించును.

ఇందుకుబదులు ఒక చేతిని పూర్తిగ పనిలేకుండనుంచి ఒకేచేతితో వడుకుట (పెడలుగల రాత్నముమీద వడుకుట సాధ్యపడవచ్చును, తక్కువ శృత్తిమముగ రాన్నించును. కావున రెండు చేతులలోను పని చేయించవలసి యున్నప్పుడు ఆ రెండింటి వేగములోను కొంతవరకు సమన్వయముండుట

యావశ్యకమగును. కదురుచుట్ల పరిమాణము నిర్ణయించి రెండింటికీగల యీ వేగములను గొంతవరకు మనము సమ స్వయవరచవచ్చునుగాని యీ పరిమాణము వేరువేరు చూలు సంబంధముల ననుసరించి మార్పుచెందును. అందుకు సంబంధించిన యొకమాదిరి లెక్కను మనము పై యుదాహరణములో బరిశీలించితిమి. కదురుచుట్ల పరిమాణమును మార్పుటవలన నీ వేగములో నెట్టి తారతమ్య మేర్పడునది మరింత బాగుగా దెలిసికొనుటకు ముందరి లెక్కను చేయుడు.

ఉదాహరణము :— (10) 36-వ సంబంధము 20 అంగుళముల కొత్తదారము వడుకుటకు 60 కదురుచుట్లుగల రాత్నము నెన్నిపర్యాయములు త్రిప్పవలసియుండును? మరియు 160 కదురుచుట్లుగల రాత్నము నెన్నిపర్యాయములు త్రిప్పవలసి వచ్చును?

విధానము :— 36 కు వర్గమూలము 6. కావుననే $6 \times 4 \times 20 = 480$ పుడుల సంఖ్యలో 20 అంగుళముల కొత్త దారము వడుకబడును. 60 కదురుచుట్లుగల రాత్నములో $\frac{480}{60} = 8$ పర్యాయములు చక్రమును త్రిప్పవలసివచ్చును. 160 కదురుచుట్లుగల రెండవ రాత్నమును కేవలము $480 \div 160 = 3$ పర్యాయములుమాత్రమే త్రిప్పవలసివచ్చును.

ఈ యుదాహరణమును, దీని సమాధానములను గమనింపుడు. 36 వ సంబంధము 20 అంగుళముల దారమును ఒక వడుకుస్త్రీ 4 పెకండ్లలో వడుకుననుకొనుడు. అమె రెండు రాత్నములమీదను ఒకే వేగముతో వడుకగోరు నెడల చక్క

మును ద్రిప్పనట్టి వేగమును ఆమె యేవిధముగ మార్చవలసి వచ్చునో యోచింపుడు. ఆమె మొదటి రాట్నమును 4 సెకండ్లలో 8 పర్యాయములు త్రిప్పవలసియున్నప్పుడు అదే సమయములో రెండవదానిని మూడు పర్యాయములు త్రిప్పవలసివచ్చును. దారమును లాగునట్టి వేగము రెండు పరిస్థితులలోను ఒకేరీతిగా నుండునపుడు ఆమె మొదటిదానికంటె రెండవదానిని త్రిప్పటలో తన వేగమును $62\frac{1}{2}\%$ తగ్గింపవలసి వచ్చును. వేగములలో నింత తారతమ్యముండుట మనుష్యుని యలవాట్లకు బ్రతిఘోలముగనే యుండును. ఒకే రాట్నము మీద ముతక, సన్న, ప్రతి తరగతి నూలును వడుకుటలో నిజే యభ్యంతరము కలదు. కావున నూలు సంబంధముననుసరించి హెచ్చుతగ్గు చుట్లుగల రాట్నముల నుపయోగించుటకు బ్రయత్నించబడుచున్నది.

దీనినిబట్టి యిపుడొక నూతన సమస్యకూడ నుత్పన్నమగును. పురియొక్క పరిమాణము ప్రతినూలు సంబంధముననుసరించి మారును. అట్టిస్థితిలో ప్రతి సంబంధము, కదురు చుట్లకు సంబంధించిన భిన్నభిన్న పరిమాణములుగల రాట్నముల నుపయోగించవలెనా, అక్కరలేదా? ఒకటి యేమనగా రాట్నముల నిన్నివిధములుగ తయారుచేసి యుంచుటలో వ్యావహారికముగ నిబ్బండులు కలవు. రెండవది, పైన చెబుపబడినటుల నిప్పటి వరకు పై రెండుచేతుల వేగములో నెట్లు సమన్వయముండగలదనువిషయమున మనకు సరియైన గణితనియమ మేదియు లభించి యుండలేదు. మనము గణితముద్వారా కేవలమీ వేగముల

యొక్క ప్రతి యంతస్తులోగల తేడావలన నేర్పడు సమన్వయా భావము (సమన్వయము లేకపోవుట)ను జూపవచ్చును. సరియగు సమన్వయమును దెలుపునట్టి పూర్తి గణితమును జూపజాలము. దానిని అనుభవమువలన దెలిసికొని యాప్రకారముగ గొంత వరకు స్థూలముగ లెక్కకట్టవచ్చును. ఈగణితము మిక్కిలి స్థూలముగ నుండును. మనము ప్రతి సంబంధముకు రాట్నములో చుట్లను మార్పుట కనువగు నూత్నమైన నిర్మాణము గావించి నప్పటికి దానివలన ప్రత్యేక ప్రయోజనముండదు. మూడవది: ఇందు మనుష్యుని యలవాటుకు సంబంధించికూడ కొంత విషయము కలదు. ఈ యలవాటునుగురించి రెండువిధములుగ యోచింపవలసివచ్చును. ఈ యలవాటే ఒకవైపున ప్రతికూలముగాను, మరియొకవైపున అనుకూలముగాను ఉండును. బహుశః రెండుచేతుల వేగముయొక్క ఉచిత సమన్వయమునకు సంబంధించిన సరియగు యాంత్రిక సిద్ధాంతము లభింపవచ్చునను సర్థమున బ్రతికూలముగును. అయినను ప్రతివారికిగల యలవాటువలన ఇందనేక అపవాదములు (మినహాయింపులు) చేయవలసిన పరిస్థితి సంభవించును. అలవాటు చేసికొనుటలో గొంతవరకు దానిని మార్పుటకు మనకుగల శక్తివల్లనే మనము మన యంత్రములో మార్పు చేయకుండ ముతక సన్నదారములను తీయుదుమను సర్థములో అనుకూలముగును. యంత్రములో మాటి మాటికి అనేకవిధములగు మార్పులు చేయవలసిన యిబ్బందులను ఒక సరిమితివరకు నివారించుకొనవచ్చును. ఇట్టి ప్రతికూలత, అనుకూలతల మూలముననే, మేమట్టి సమన్వయము

నకు ఏదోనాక నియమమును అన్వేషింపవలసిన సంకటములో పడుటలేదు. కేవల యలవాటును మార్చగల మనయి శక్తిపై పరిమితికి మించిన భారమేర్పడకుండునట్లును, వడుకుటలో మనకెక్కువ కష్టము కలుగకుండునట్లునుమాత్రము యోచించుచున్నాము. ఈ పరిమాణములో హెచ్చుతగ్గు కదురుచుట్లుగల రాత్నములలో కొన్ని రకములను తయారు చేసి తృప్తిపదుచున్నాము. మనుష్యుడు చేతనుడు ; కావున నతడొక పరిమితివరకు తన యలవాటు నేర్పరచుకొనగలడు, దానిని మరల్చగలడు. తన పరిమితిలోనుండి, అట్లు ప్రవర్తించుటలో మానవునకు శారీరకవికాసము, బుద్ధివికాసముకూడ గలుగును. మనము ప్రతి వంబరుకు కదురుకు సంబంధించిన వేరువేరు వేగములుగల రాత్నముల నుంచుకొనకయే ఇట్టి వికాసమును సాధించుచున్నాము. అందుతోపాటు అనేక విధములగు రాత్నములను తయారుచేయునట్టి వ్యావహారికపుచిక్కులను నివారించుకొనుచున్నాము. ఈవిధముగ యంత్రశాస్త్రము, వ్యవహారము, మన శరీరము, మనకళ, మన ప్రత్యేకత— ఇవియన్నియు మన వడుకులో సమన్వయము పొందుచున్నవి.

కాని ప్రతి వడుకు పరిక్రమణములో చక్రము నెన్ని పర్యాయములు త్రిప్పట యుక్తముగా నుండుననునది మనముఖ్య సమస్య. ఒక పర్యాయము చక్రము త్రిప్పిన నెంతకొత్త దారము వడుకబడ వలెననునది యే ప్రశ్నయొక్క రెండవ, కాని సరళరూప మగును. ఏకులు బాగుగా

నన్నచో సగటు వడుకువాని యలవాట్ల ననుసరించి చక్రము యొక్క యొక పరిభ్రమణములో 4 అంగుళములు మొదలు కొని 5 అంగుళముల వరకు పొడుగు దారమును వడుకుటలో సౌకర్యముండునని యనుభవమువలన గోచరించినది. దాని కంటె తక్కువ పొడవుగల దారము వచ్చునపుడు చక్రమును ద్విప్పటకు తాను హెచ్చుగ శ్రమ చేయవలసి వచ్చుచున్నదని వడుకువాడు భావించును. అతడు కదురువేగ మెక్కువగా నుండవలెనని కోరును. 5 అంగుళముల కంటె పొడుగు దారమును వడుకవలసి వచ్చునపుడు వానికి రెండు చేతుల వేగములోను సరియగు సమన్వయము లేకపోవుట కాన వచ్చును. వాని నూలుకూడ చెడ్డదిగా రా నారంభించును. అది మాటి మాటికి తెగిపోవును. ఒక పరిభ్రమణములో 4 నుండి 5 అంగుళముల దారమును లాగునట్టి ఈ నియమము సన్ననూలుకు తప్ప అన్ని ముతక, సన్న నంబర్ల నూలుకును వర్తించును. అయితే వడుకువాడు అన్నివిధములగు ముతక, సన్ననూలును వడుకుట పూర్తిగ నభ్యసించినవాడై యుండవలెను. మరియు రాత్నమందుకు తగియుండవలెను.

ఈ లెక్క ననుసరించి మిక్కిలి సన్ననూలుతప్ప అన్ని నంబర్లకును చిన్న వడుకు పరిక్రమణమును తీయువారు సామాన్యముగ చక్రముయొక్క 4 పరిభ్రమణములలోను, మధ్యమ తరగతి వడుకు పరిక్రమణమును తీయువారు 5 పరిభ్రమణములలోను, పెద్ద పరిక్రమణమును తీయువారు 6 పరిభ్రమణములలోను తమ పరిక్రమణమును స్థిరపరచుకొనవలెను.

ఇది మన మూల ప్రశ్నకు సమాధానమగును. ఈ సమాధానమందు చిన్న, మధ్యమతరగతి, పెద్దపరిక్రమణములయొక్క క్రొత్తదారము క్రమముగా 16 నుండి 20, 20 నుండి 24, 24 నుండి 30 అంగుళములు కలిగియుండునని భావించబడినది.

హస్త నైపుణ్యము సంపాదించిన సగటు వడుకు వారలనే దృష్టిలో నిడికొని యీ నియమము వేక్కనబడినదని గుర్తించుకొనవలెను. క్రొత్తవారలకు ఈ నియమము వర్తింపదు. వారికి చక్రమును $1\frac{1}{2}$, 2 రెట్లు పర్యాయములు త్రిప్పుటలో, అనగా చక్రముయొక్క ప్రతి పరిభ్రమణములోను షుమారు 2 లేక $2\frac{1}{2}$ అంగుళముల పొడవుగల దారమునే తీయుట కెక్కువ సౌకర్యముండును. అనగా వారు తమ నూలు నంబరును, రాట్నముయొక్క కదురుచుట్లను అదే లెక్కలో సరిచేసికొనవలసివచ్చును.

ఏకులు చెడ్డవిగా నుండుచో వడుకు తెలిసినవారుకూడ చక్రముయొక్క ప్రతి పరిభ్రమణములోను కేవలము 3 నుండి $3\frac{1}{2}$ అంగుళములపొడుగు దారమును తీయుటకు తగిన రాట్నము నుపయోగించుటయే యుక్తమగును. ఏకులు చెడ్డవిగా నున్నప్పుడు దూది తంతువులు వడుకువాని యిష్టానుసారముగ వెడలి రావు. ఈ కారణమున వేళ్ళపట్టును మిక్కిలి సావధానముగ నుపయోగింపవలసి వచ్చును. దారమును లాగునట్టి వేగము కొంతవరకు తగ్గిపోవును. ఇట్టిస్థితిలో పురి యెక్కువగా నాక్రమించినచో వడుకువాని కిబ్బంది కలుగును. పురి యెక్కువగా నాక్రమింప కుండుటకుగాను చక్రమును నిదానముగా నైన

ద్రిప్పవలెను. లేదా కదురు తక్కువగా తిరుగునట్టి రాత్నమునైన నుపయోగించవలెను. అతడు నాణ్యమైన యేకులు వడుకునపుడు రాత్నమును ద్రిప్పటలో వానికి గల స్వాభావిక వేగము చురుకుగా నుండును. దానిని తగ్గించుటకుబదులు చక్రము దాని నై సర్గిక వేగముతో తిరుగుచుండవలెను. కాని పురి నెమ్మది నెమ్మదిగా వచ్చునట్టి రాత్నము నుపయోగించుట యెక్కువ ప్రయోజనకరముగ గోచరించినది. ఇందు, పై నియమములో బేర్కొనబడిన రెండుచేతుల వేగముయొక్క సమన్వయమును మార్చవలసివచ్చును.

ఈ విధముగ సన్ననూలుకును, వడుకువారు క్రొత్త వారైనప్పుడును, చెడ్డ యేకులతో వడుకవలసి యున్నప్పుడును చక్రముయొక్క ఒక పరిభ్రమణములో 4 నుండి 5 అంగుళముల దూరమును లాగునట్టి నియమము వర్తింపదు. ఇదిగాక దండముతో ద్రిప్పబడునట్టి రాత్నమునకుగూడ ఈ నియమము వర్తింపదు. అందు వడుకువారు దండము నుపయోగించునట్టి యలవాటు, రాత్నపు బరువు లేక తేలికనుబట్టి చక్రము యొక్క పరిభ్రమణముల సంఖ్య $1\frac{1}{2}$ నుండి 2 కైలుండును.

హిందూదేశమున 50 కదురుచుట్లు మొదలుకొని 280 కదురు చుట్లవరకు గల రాత్నములు కానవచ్చుచున్నవి. పై నియమము ననుసరించి వీనిలో యే యే రాత్నముల నే యే సంఖ్య కుపయోగించవలెనో కొంచెము విచారించుదము. మార్పు చెందుచున్న ప్రతి సంఖ్యకు కదురుచుట్ల సంఖ్య మారుచుండుట అవ్యావహారిక మగునని మనము లోగడ పరిశీ

లించి యుంటిమి. ఆలవాటు ననుసరించి రాట్నముయొక్క ఒక పరిభ్రమణములో 4 అంగుళములనుండి 5 అంగుళముల వరకు దారము తీయుటలో అత్యంత స్వాభావికత గోచరించు నని కూడ దెలిసికొని యుంటిమి. ఈ నాలుగు, అయిదులకు మధ్య ఏ యనుపాతములోనైనను పురులసంఖ్య మారుచుండు సంతవరకు కదురుచుట్ల యనుపాతమును మార్పుచేయకుండ వడుకుటలో మనకంత యిబ్బంది కలుగదు. మన వడుకు వేగము తగ్గిపోదు. అనుపాతమును మాతృసప్తి యీ యంశమును క్రింది లెక్కలుచేసి మిక్కిలి బాగుగా దెలిసికొనవచ్చును.

ఉదాహరణ:— (11) ఒక రాట్నముమీద 16 సంబరు నూలు వడుకబడుచున్నది. కదురు, చక్రముయొక్క ప్రతి చుట్టులోను కచ్చితముగా 80 పర్యాయములు తిరుగును. చక్ర మొక పర్యాయము తిరుగునపుడు దారముయొక్క యాకర్షణము యోగ్యమగు పురిలెక్కనుబట్టి యెన్ని అంగుళములుండ వలెనో తెలుపుడు. కనీసము 4 అంగుళముల యాకర్షణము నుంచవలెనన్నచో గరిష్ఠపు సన్నదనముగల యేనంబరు దారము ఆ రాట్నముమీద వడుకుటకు తగియుండును ?

విధానము :— నూలుసంబరు 16. దీనికి తగిన పురుల సంఖ్య అంగుళము 1కి $\sqrt{16 \times 4} = 16$ అయియుండును. ఒక పర్యాయము చక్రమును దిప్పినచో కదురు 80 పర్యాయములు తిరుగును. అది 16 పర్యాయములు తిరుగునపుడు నిండుపురి ననుసరించి ఒక అంగుళము దారము లాగుట యోగ్యమని భావించబడును. 80 పర్యాయములు తిరుగునపుడు 5 అంగు

శముల యాకర్షణము యోగ్యముగ పరిగణించబడును. కావున దారముయొక్క యాకర్షణము 5 అంగుళము లుండ వలెనని సమాధానము వచ్చినది.

ఆకర్షణమును 4 అంగుళము లుంచవలసియున్నచో దారమునకు అంగుళము 1కి 20 పురులు లభించును. ఒక అంగుళములో 20 పురులకు దారమున కనువైన సంబరు $(20 \div 4)^2 = 5^2 = 25$ అగును (రెండవ నూత్ర)మును చూడుడు) అనగా 25 సంబరుకంటె సన్నదారము వడుకబడునెడల కొత్తదారము యొక్క యాకర్షణమును 4 అంగుళములకంటె తగ్గించవలసి వచ్చును. కావున గరిష్ఠపు సన్నదనములో 25 వ సంబరు దారమును వడుకుటకు యోగ్యముగా భావించవచ్చునని రెండవ సమాధానము లభించినది.

ఈ లెక్కవలన మన నియమానుసారము చక్రము యొక్క ప్రితి చుట్టులోను దారముయొక్క యాకర్షణమును గరిష్ఠ పక్షమున 5 అంగుళములును, కనిష్ఠ పక్షమున 4 అంగుళములును ఉంచవలసి యున్నయెడల కచ్చితముగా 80 కదురుచుట్లు గల రాట్నముమీద 16 సంబరుకంటె ముతకగాను 25 సంబరుకంటె సన్నముగాను వడుకుట యుక్తముగా నుండదని స్పష్టముగా జోధపడుచున్నది. కాని యా వెంటనే యిదే కదురు వేగముగల రాట్నముమీద 16, 25 సంబర్ల మధ్య 5 సంబరు నూలునైనను వడుకుట అసమంజసముకాదు. 16 సంబరు నూలు పురులసంఖ్య, 25 సంబరు నూలు పురుల సంఖ్య— ఈ రెండింటికిగల యనుపాతము క్రమశః 4, 5 యై

యున్నది. 4, 5 లేక వాటిమధ్య యందలి యనుపాతము యొక్క పురుల సంఖ్యగల దారములను, కదురుచుట్ల సంఖ్యను మార్చుకుండ వడుకుట అస్వాభావికముగ నుండదు. ఈ లెక్క ననుసరించి మనము రెండు విషయములను దెలిసికొనవచ్చును. రాత్నములో నిర్ణీతమైన కదురుచుట్లు తెలిసియున్నచో ఏ సంబరు మొదలుకొని యేనంబరువరకు దానిపై వడుకవలెనను నది మొదటి విషయము. మనకు వేరువేరు సంబర్లనూలు కావలసి యున్నచో అట్లవసరమైన సంబర్లకు, పురిపెట్టుటలో నొకే సామర్థ్యముగల రాత్నము నుపయోగించుట యుక్తమా లేక ఇట్టి సామర్థ్యము మార్పుచెందుట కవకాశముగల రాత్నము నుంచుకొనవలసివచ్చునా యనునది రెండవ విషయము. ఇప్పుడీ రెండు విషయములను క్రమశః ఒక్కొక్క ఉదాహరణము ద్వారా పరిశీలించుదము.

ఉదాహరణ :— (12) ఒక రాత్నములో కచ్చితమైన కదురుచుట్లు 60 వచ్చినవి. దారముయొక్క యాకర్షణము చక్కముయొక్క ప్రతి చుట్టులోను 5 అంగుళములకంటె మించకుండగను 4 అంగుళములకంటె తగ్గకుండగను చేయవలసి యున్నచో ఆ రాత్నముమీద ఏ సంబరు మొదలుకొని యే సంబరు వరకు వడుకుట యుక్తమని భావించబడును ?

విధానము :— కదురుచుట్లు 60. చక్రముయొక్క ఒక చుట్టులో 5 అంగుళములనూలు వడుకబడునపుడు ఆ నూలులో అంగుళము 1కి 12 పురులుండును. ఆ నూలుకు తగిన సంబరు $(12 \div 4)^2 = 9$ యగును. 4 అంగుళముల

దారము వడుకబడునపుడు ఆ దారములో అంగుళము 1కి 15 పురులుండును. ఆ నూలుకు తగిన సంఖ్య $(15 \div 4)^2 = \left(\frac{15}{4}\right)^2 = \frac{225}{16} = 14\frac{1}{16}$ అగును. అప్పుగా ఆ రాట్నమును 9 సంఖ్యకు మొదలుకొని 14 సంఖ్యవరకు అమలుపరచవచ్చునని సమాధానము వచ్చినది. ఇందు, 9 వ సంఖ్యకు ఈ రాట్నము మిక్కిలి శ్రేష్ఠముగ భావించబడునని అవశ్యముగా గమనించవలెను. అయితే వడుకువానికి చక్కముయొక్క ఒక చుట్టులో దారమును 5 అంగుళములవరకు లాగుట యభ్యాసమైయుండవలెను. ఏ రాట్నమందుగాని కదురుచుట్లెన్ని కలవో తెలిసికొని యా రాట్నము ఏ సంఖ్యకు వడుకుటకు తగియుండునది తెక్కకట్టుటకు పై యుదాహరణమునుబట్టి క్రిందివిధముగా నూత్రము సిద్ధించును.

నూత్రము 5— (రాట్నములో కచ్చితమైన కదురు చుట్ల సంఖ్య \div చక్రముయొక్క చుట్టులో దారముయొక్క యోగ్యమగు నాకర్షణపు అంగుళములసంఖ్య \div పురుల నియత రాశి)² = నూలుయొక్క సరియైనసంఖ్య. ఇయ్యది సంగ్రహముగ దిగువరీతిని వ్రాయబడుచున్నది.

$$(\text{చు} \div \text{అ} \div \text{ర})^2 = \text{సంఖ్య} \quad \text{లేక} \quad \left(\frac{\text{చు}}{\text{అ} \times \text{ర}}\right)^2 = \text{సంఖ్య}.$$

మనము “అ” కు సౌకర్యముగల సంఖ్యను 5 నుండి 4 వరకు పరిగణించినాము. ప్రతి వడుకువాడు తన యలవాటు, నైపుణ్యము, ఏకులయందలి యోగ్యత ననుసరించి దారము లాగునట్టి తన శక్తిని ప్రత్యక్షముగ బరీక్షించకలుగును. ఎక్క-వ నైపుణ్యముగల వడుకువాడు ఒకప్పుడు 5 అంగుళములకంటె

గూడ నెక్కువ యాకర్షణముగల రాత్నమున కిచ్చుగించును. దారమును లాగుటలో తనకుగల యీ సాకర్షణమును దెలిసి కొనినమీదట ఏ సంబరుక్షనను ఎన్ని కడురుచుట్ల రాత్నము అనుకూలముగ నుండునది పైనూత్రిము ననుసరించి సులభముగా లెక్కకట్టవచ్చును.

11, 12 ఉదాహరణములలోను, పైన బేర్కొనబడిన నూత్రిములోను కడురుచుట్ల సంఖ్యకు “కచ్చితము” అను విశేషణము చేర్చబడినదని గుర్తుంచుకొనవలెను. అన్నివిధములగు జారుడు పూర్తియైనపిమ్మట మిగులునట్టి చుట్లసంఖ్యను దెలుపుటకు ఈ విశేషణము చేర్చబడినది. పైనూత్రిమును వర్తింపజేయునపుడు దీనిని పూర్తిగ గమనించుట యవసరము. గణితపుచుట్లు జారుడుమూలమున ప్రత్యక్షమగు పడుకులో నూటికి 10 నుండి 20 వంతులు తగ్గిపోవును. గణితపుచుట్లను బట్టి తగిన సంబరును బరీక్షించవలసియున్నచో రాత్నపు తరగతి ననుసరించి చుట్లెన్ని తగ్గునది పరిశీలించి వాటిని తగ్గించి లెక్కచేయవలెను.

అభ్యాసార్థము దిగువ కొన్ని యుదాహరణ లీయబడుచున్నవి.

(1) కచ్చితపుచుట్లు 75 అకర్షణము 5 అంగుళము లైనయెడల
తగిన సంబరు ఏది?
ఉత్తరము 14½ సం॥

(2)	“	100	“	5	“	25	“
(3)	“	120	“	4	“	56½	“

(4)	120	3	100	„
(5)	120	6	25	„
(6)	180	6	56½	„
(7)	180	4	126.5625	„
(8) అసంపూర్ణములు	100	జాబుడు	20% ఆక్షణం	5 అం 16 „
(9)	120	„	5	23.4 „
(10)	60	„	10%	4 11.39 „

వడుకువారు సాధారణముగ ముతక, సన్నము—రెండు విధములగు నూలును వడుకవలసి వచ్చును. కదురు చుట్లను బట్టి యెన్ని కదురుచుట్ల రాత్నుము నుంచుట యుక్తమగును? ఏదేనొక కేంద్రములో ముతక, మధ్యమ తరగతి—ఈ రెండు విధములగు నూలును వడికింపవలసి యున్నయెడల, నట్టి చోట ఎన్ని కదురుచుట్లుగల రాత్నుములు యుక్తముగా నుండును? ఈ యంశములు నిర్ణయించుటలో నీ విధమగు లెక్కలు ఎంతవరకు పయోగపడగలుగునది మన మిప్పుడు పరిశీలించుదము.

ఉదా:— (13) ఒక కేంద్రములో మనము గరిష్ఠపు ముతక నంబరు 9 వరకును గరిష్ఠపు సన్ననంబరు 20 వరకును వడికించవలసి యున్నది. ఆ కేంద్రమునకు పురిజెట్టుటలో నట్టి శక్తిగల రాత్నుము నువయోగించవలెనో తెలుపుడు?

విధానము:— 9 వ నంబరుకు 1 అంగుళములో 12 పురులు, 20 నంబరుకు 17.8884, అనగా షుమారు 18 పురులు వట్టును. రెండు పురులకును గల యనుపాతము షుమారు

కృమశః 2, 3 అయి యుండును. ఈ యనుపాతములో 4, 5 కు గల యనుపాతముకంటె తారతమ్యము హెచ్చుగానున్నది. కావున చక్రముయొక్క ఒక చుట్టులో దారముయొక్క యాకర్షణము 4, 5 అంగుళములకంటె హెచ్చుతగ్గు కానీయకుండ నుండవలసి యున్నచో పురి పెట్టుటలో నొకే సామర్థ్యముగల రాట్న ముపయోగపడదు. మనము తొలుత ఒకే శక్తిగల రాట్నముమీద ఏ సంబర్హవరకు వడుకు గలుగునది పరీశీలించుదము. ఇందుకు రెండు సమూహానములు కనుగొనవలసి యుండును. మొదటిదానిని 9 సంబరునుబట్టియు, రెండవదానిని 20 సంబరును బట్టియు కనుగొనవలసి యున్నది.

దారమును 9 వ సంబరుకంటె ముతకగా తీయరాదు. చక్రముయొక్క ఒకచుట్టులో 5 అంగుళములకంటె హెచ్చుగా నయితము తీయరాదు. అనగా 9 సంబరుకు 5 అంగుళముల యాకర్షణకు తగిన కదురు చుట్లుగల రాట్నము కావలెనన్నమాట. 9 సంబరుకు ఒక అంగుళములో 12 పురులు అనగా 5 అంగుళములలో 60 పురులు పట్టును. ఇందలి తాత్పర్య మేమన ఆ రాట్నములో కదురుచుట్లు 60 కావలెను. అంత కంటె నెక్కువ కాగూడదన్నమాట. కాని శాలుగంగుళముల కంటె తక్కువ యాకర్షణ ముక్కర లేనియెడల $(60/16)^2 = 14\frac{1}{16}$ కంటె సన్నదారమును ఆ రాట్నముమీద వడుకుట అసంగతముగా భావించబడును.

20 సంబరునుబట్టి లెక్కచేయునెడల శాకర్షణమును 4 అంగుళములుగా భావించి చేయవలసియుండును. ఏలనన ఇతర

మైన సంబర్లను 20 కంటె సన్నముగా గాత ముతకగా వడుక వలసి యుండును. 20 సంబరు ఒక అంగుళములో 17.8884 పురులు అనగా 4 అంగుళములలో 71.5536 పురులు పట్టును. అనగా షుమారు 72 కచ్చితపు కదురుచుట్లుగల రాత్నము కావలెనన్నమాట. కాని యీ రాత్నముమీద గరిష్ఠపు ముతకసంబరు $(72/5 \times \frac{1}{4})^2 = (324/25) = 13$ వడుకవచ్చును. అయితే ఆకర్షణమును 5 అంగుళములకంటె హెచ్చుకానీయరాదు.

60 చుట్లుగల రాత్నము నుంచినచో 9 సంబరునుండి 14 సంబరు వరకును, 72 చుట్ల రాత్నము నుంచినచో 13 నుండి 20 సంబరువరకును వడుకుట కవకాశముండగలదు. ఈ విధముగ మనము రెండు సమాధానములు కనుగొంటిమి. కాని మనము 9 నుండి 20 సంబరువరకు అన్నిసంబర్ల నూలును వడికించవలసియున్నప్పు డేమిచేయవలెను ?

దీనిని వ్యావహారికదృష్ట్యా ఆలోచింపుడు. ఒకే పురి సామర్థ్యముగల రాత్నము నుపయోగించుటలో ఇబ్బందులు తక్కువగా నుండుననుట స్పష్టము. 9 వ సంబరు, 20 వ సంబరు— ఇవి తుదిపరిమితిగల సంబరులై నయెడలను, విశేషముగ వాటిమధ్య గల సంబర్లే మన కవసరమైనయెడలను పైన బేర్కొనబడిన నియమమును విడిచిపుచ్చియైనను 60 కంటె నెక్కువ, 72 కంటె తక్కువ చుట్లుగల యొకేరాత్నము నుపయోగించవలెను. ఇందుగూడ 10 నుండి 14 సంబరువరకుగల నూలే ప్రత్యేకముగ కావలసియున్నయెడలను, నాణ్యముకాని యేకు లుపయో

గించబడుచుండునెడలను, గాలి యెక్కువ పొడిగానున్నయెడలను, దూదిలో నెక్కువ గరుకుతనమున్నయెడలను కదురుచుట్ల సంఖ్యను 60, 66 తు మధ్యలోనే అనగా షుమారు 63—64 గా నుంచవలెను. 16—18 సంబర్ల నూలు ఎక్కువగా కావలసియున్నయెడలను, దూది, యేకులు, గాలి మున్నగు నవి అనుకూలముగ నున్నయెడలను 66—72 మధ్య షుమారు 68—70 చుట్లు ఎక్కువ యనుకూలముని భావించవలెను. దూది తరగతి, గాలికి సంబంధించి యిప్పటివరకు జెప్పబడని రెండు కారణము లిచ్చట కొత్తగా బేర్కొనబడినవి. దూది రకము గరుకుగా నున్నచో నాకర్షణమును తగ్గించియే వడుకవలసివచ్చును. పొడిగాలిలోగూడ దారము తెగిపోవుననుభయమువలన ఆకర్షణమును తగ్గించవలసిన యవసరమేర్పడును. దూది నాణ్యముగా నున్నయెడలను, గాలిలో కొంచెము తడి యున్నయెడలను ఈ యాకర్షణము స్వాభావికముగనే వృద్ధి చెందును. ఈ కారణములనుబట్టి 5 అంగుళములకంటె నాకర్షణమును పెరుగనిచ్చుట యుక్తమో లేక 4 అంగుళములకంటె తగ్గనిచ్చుట యుక్తమో యోచించవలయును. దీనిని యోచించి చుట్లను కొంచెము హెచ్చుగా నుంచవలసినది లేక కొంచెము తక్కువగా నుంచవలసినది నిర్ణయించవలెను.

9 సంబరు, 20 సంబరు— ఈ రెండుతరగతుల నూలు కూడి బహుశ్యముగా కావలసియున్న యెడలను, రెండు పురి శక్తులను కలిగిన రాట్నమును తప్పనిసరిగా నుపయోగించవలసి యున్న యెడలను ఇందుకు రెండు వేరు వేరు కొలతలు

గల రాత్నముల నుంచుట యావశ్యకముకాదా? యను ప్రశ్న యేర్పడవచ్చును. కాని ఒకే రాత్నములో ముతక, సన్న— రెండువిధములగు కదుళ్ళను మార్చి రెండు విధములగు చుట్లను సంపాదించవచ్చును. ముతక కదురు నుపయోగించిన దాని చుట్లు 60 కంటె హెచ్చుగా నుండరాదనియు, సన్న కదురు నుపయోగించిన 72 కంటె తక్కువగా నుండరాదనియు మాత్రము గమనించవలెను. మొదటిదానిచుట్లు సరిగా 60 ఉన్నయెడల దానిమీద 9 నుండి 14 వరకు వడుకబడును. కావున రెండవ కదురు సరిగా 13 నుండి 20 సంబరు వరకు వడుకుటకు తగియుండక 14 వ సంబరు తరువాతి సంబర్లకు, అనగా 15 సంబరు, అంతకంటె సన్న సంబర్లకు తగియున్నప్పటికి పనిజరుగును. ఈ లెక్కచొప్పున కదురు చుట్లు $V 15 \times 5 \times 4 = 77.46$ ఘమామరగా 78 వర కున్నప్పటికి పని కాగలుగును. ఇట్లుగాక సన్న కదురుమీద సరిగా 72 చుట్లు లభించుచుండునెడల దానిమీద 13 సంబరు వరకుగల నూలు కవకాశముండగలదు. కనుక లావు కదురు, 12 సంబరు కసినము 4 అంగుళముల యాకర్ణ ముండవలెనను లెక్కచొప్పున 60 చుట్లకు బదులు $V 12 \times 4 \times 4 = 55.4480$ చుట్లు తిరుగుటకు తగినదైనను పనికివచ్చును. అనగా నీ యంశములు కదురుదండము లెంత లావుగలవి లభించగలవన్న విషయముపై విశేషముగా నాధారపడియుండును. 9—10 సంబర్ల ముతక, 16—20 సంబర్ల మధ్యమ, 30—40 లేక అంతకంటె సన్నసంబర్లలో సన్నము— ఈ యన్ని సంబర్ల

నూలును వడుకవలసి యున్నచో ఒకే రాట్నముమీద ముతక, సన్న కడుళ్ళను మార్చిగాని లేక వేరు వేరు అనుపాతముగల వడిచక్రములుపయోగించిగాని తగినచుట్లు లభింపగల ఏర్పాటు చేయవలెను. రాట్నములను వేరు వేరు కొలతలుగలవాటి నుంచవలసిన యగత్య ముండదు. ఇకముందు వడిచక్రమునకు సంబంధించిన కొన్ని లెక్కలు చేయుదము. కాని వాటిని ప్రారంభించుటకు పూర్వము మన ప్రస్తుత విషయమునుగూర్చి రెండు మూడు సంగతులు చెప్పట యవసరము.

మనము 12 వ యుదాహరణములో లెక్కకట్టుచు ఏదేనొక రాట్నముయొక్క కచ్చితపు చుట్లు తెలిసికొని, యా రాట్నముమీద దేనిని వడుకునకు తగిన సంబరుగా భావించ వలెనను సూత్రమును బరిశీలించితిమి. 13 వ ఉదాహరణము యొక్క లెక్కలవలన నిండుకు వ్యతిరేకమగు సూత్రము సహజముగనే స్ఫురించును. మనకు నూలు నంబరు, చక్రము యొక్క ఒక చుట్టులో దారముయొక్క యోగ్యమగు నాకర్షణము తెలుపబడినచో దానివలన రాట్నములో కచ్చితపుకడురు చుట్లు ఎన్ని యుండవలసినది యీ వ్యతిరేక సూత్రమువలన బరిశీలంపగలుగుదుము. ఈ సూత్రము దిగువరీతిగానుండును.

సూత్రము 6

సంబరు సర్గమూలము \times దారముయొక్క యాకర్షణము \times పురి నియతరాశి = రాట్నములో కచ్చితపు కడురు చుట్ల సంఖ్య. ఇది సంగ్రహముగా క్రిందివిధముగ పోయబడును.

V అంకము \times ఆకర్షణము \times నియతరాశి = చుట్లు లేక
 V అం \times ఆ \times ర = చు. ఇచ్చట గూడ 'చు' యనగా కచ్చిత
 మగు కదురుచుట్లని జ్ఞాపకముంచుకొనవలెను. ఒకానొక
 రాట్నమందలి యోగ్యతను బరీక్షించునపుడు జారుడుచుట్లను
 బెంచి రాట్నముయొక్క సరియైన గణితపుచుట్లను నిర్ణయించ
 వలెను. అభ్యాసార్థము కొన్ని యుదాహరణములు దిగువ
 నీయబడుచున్నవి.

అంకము. ఆకర్షణము.		ఉత్తరము.
1. 20	4½ ఐనచో కచ్చితపుచుట్లెన్ని?	80.49
2. 40	4½ ,,	107.5165
3. 64	3½ ,,	112
4. 8	6 ,,	67.8816
5. 6	4 ,,	39.19
6. 4	3 ,,	24
7. 25	5 జారుడు 10% అసంపూర్తిచుట్లెన్ని?	111.1
8. 20	5 ,, 12% ,,	101.6375
9. 12	6 ,, 20% ,,	103.965
10. 4	4 ,, 20% ,,	40

ఒకదానితో నొకటి పోల్చుటవలన ఆకర్షణమందలి
 హెచ్చుతగ్గులు, జారుడుయొక్క పరిమాణము కదురుచుట్ల
 నెంతగా మార్పునది బోధపడును. అరవ యుదాహరణమువలన
 పూర్వకాలములో నవాదు, బంపఖానాకు పనికివచ్చు ముతక

నూలు వడుకుటకు కేవలము 24 లేక 25 చుట్లగల రాట్నములు కూడ నుపయోగపడుచుండెనని తెలియును.

మూడవ పరిశిష్టపు పట్టికలో 4 నుండి 400 సంబరు వరకుగల కొన్ని నమూనాలిచ్చి, యా సంబరలో వేరువేరు ఆకర్షణములకు రాట్నములో కచ్చితపు కదురుచుట్లెన్ని యుండవలసినది తెలుపబడినది. సన్ననూలు (మల్ మల్) వడుకునట్టి వేగమును తక్కువగా నుంచవలసినప్పుడు. కావున నా సంబరలో కేవలము 2½ మొదలుకొని 4 అంగుళములవరకుగల యాకర్షణసంఖ్యలే యివ్వబడినవి. కావున నిందుకు విరుద్ధముగా ముతక సంబరలో తక్కువ యాకర్షణమునకు సంబంధించిన యంకెల నిచ్చుట యవసరమని భావించలేదు.

రాట్నములో నెక్కువ కదురుచుట్లుండుటవలన వడుకున కాటంక మేర్పడుచుండునెడల తన్నివారణ కొక తాత్కాలి కోఫాయము అనుసరింపబడుచున్నది. దిండు లేక సాడీమొక్కగాడిలో కొంచెము పనికిమాలిన నూలు చుట్టబడును. ఇందువలన దిండు లేక సాడీ వ్యాసము పెరిగి కదురుచుట్లు తక్కువగును. ఈవిధముగ చుట్లను తగ్గించుటవలన రాట్నము తేలికగా తిరుగును. దారము తెగుట తగ్గును. చెడ్డ యేకులలో కూడ మంచి నూలు వడుకుటకు కొంతవరకు సహాయము లభించును.

ఉదాహరణము (14) :— ఒక అడ్డరాట్నములో వడి చక్కపు టనుపాతము (గుణాంకము) 3½. కదురుచుట్లు 80. మనమూ రాట్నముమీద 5 సంబరు నూలు వడుకగోరు

చున్నాము. దారముయొక్క యాకర్షణమును 5 అంగుళములుంచవలసియున్నది. కదురును మార్చవలసిరాకున్నచో ఏ గుణాంకపు వడిచక్రము సుపయోగింపవలసియుండునో తెల్పుడు.

విధానము :— 5 సంబరు దారము 5 అంగుళముల యాకర్షణతో వడుకుటకు చక్రముయొక్క ఒక చుట్టులో కదురుకు $5 \times 5 \times 4 = 100$ చుట్లు అనసరమైయుండును. $3\frac{1}{2}$ గుణాంకముగల వడిచక్రముపయోగించబడునెడల మనకు 80 చుట్లు లభించును. మనకు 100 చుట్లు కావలెను. కావున $80 : 100 :: 3\frac{1}{2} : ?$ ఈ ప్రత్యక్ష త్రైరాశికమువలన $\frac{100 \times 7}{80 \times 2} = \frac{35}{8} = 4\frac{3}{8}$ గుణాంకముగల గతిచక్రము పట్టునని లెక్కతేలినది.

ఎనిమిదవ యుదాహరణముతోపాటు మనము కొంత వరకు వడిచక్రమును గురించి చర్చించి యున్నాము. అచ్చట వడిచక్రమందలి శక్తిని గుణనాంకము లేక అనుపాతములోనికి మార్చవలసిన యావశ్యకతను గురించికూడ దెలుపబడినది. కేవలము వడిచక్రములను మార్చి కదురుచుట్లను బెంచవలసి యున్నపుడు ఏ విధముగ లెక్కచేయవలసినది పై యుదాహరణమువలన బోధపడును. అప్పుడప్పుడు చుట్ల సంఖ్యలో మార్పు చేయుటకు కదురు, వడిచక్రము— ఈ రెండింటిని మార్చవచ్చును. కదురునుగూడ మార్చవలసి యున్నచో దొలుత నది మారుటవలన ఎన్నిచుట్లు మారునది పరీక్షించి పిమ్మట వడిచక్రము ఏ గుణాంకము కలది కావలెనో లెక్క

కట్టవచ్చును. ఈ విధమైన కొన్ని యుదాహరణములు అభ్యాసార్థము దిగువ నీయబడుచున్నవి.

(1) 80 కదురుచుట్లు, 4 గుణాంకముగల వడిచక్రమున్న రాట్నములో $\frac{1}{4}$ అంగుళము వ్యాసముగల కదురుపయోగించ బడినది. $\frac{3}{16}$ అంగుళము వ్యాసము గలిగిన దిండుగల కదురుపయోగించు నెడలను, 120 చుట్లు అవసరమైన యెడలను ఎట్టి గుణాంకము గల వడిచక్రము నుపయోగించవలెను ? ఉత్తరము— గుణాంకము $4\frac{1}{2}$.

(2) మనవద్ద రెండు వడిచక్రములును, రెండు కదుళ్ళును గలవు. ఒక వడిచక్రపు గుణాంకము $3\frac{1}{2}$ ను, రెండవదాని గుణాంకము 5 ను అయియున్నవి. ఒక కదురుదిండు వ్యాసము $\frac{5}{16}$, రెండవదాని వ్యాసము $\frac{3}{16}$. మొదటి వడిచక్రము, మొదటి కదురువలన మనకు 75 చుట్లు లభించును. ఈ రెండు వడిచక్రములను, రెండు కదుళ్ళను పరస్పరము మార్పుటవలన మనమా రాట్నములో మరియెన్నెన్ని చుట్లు పొందకలుగుదుము ? ఉత్తరము—

(1) 100, (2) 125 (3) $166\frac{2}{3}$

(3) ఒక వడిచక్రముయొక్క గుణాంకమును 25% పెంచితిమి. కాని ఆ వెన్యంటనే కదురుదిండు వ్యాసమును 20% పెంచినచో కదురుచుట్ల సంఖ్యలో నెట్టి మార్పుకలుగును ? ఉత్తరము— $4\frac{1}{6}\%$

రాట్నచక్రమును పెద్దది చేయుటకును, కదురును సన్నము చేయుటకును ఏ విధముగ సరిమితులు కలవో అట్లే వడి

చక్రపు గుణాంకమునకుగూడ నొక పరిమిత కాలము అడ్డ రాట్నములలో దానిని బురస్కరించుకొని 3 వరకు గల గుణాంకము లేక 6 పరిమిత వరకు గల గుణాంకముగల వడిచక్రములు పయోగింపబడును. నిలువు రాట్నములలో వడిచక్రము స్వల్పముగానే యుపయోగించబడును. కాని యుపయోగించబడునెడల 2 నుండి 3 వరకు గుణాంకముగలవే యుపయోగించబడును. నిలువురాట్నపు ముఖ్యచక్రము అడ్డరాట్నపు ముఖ్యచక్రముకంటె 2—3 రెట్లుండును. కావున నిలువు రాట్నములో తక్కువ గుణాంకముగల వడిచక్ర ముపయోగించబడును.

ఒకే గుణాంకమునకు వేరువేరు ఉన్నతములు గల వడిచక్రములను తయారుచేయవచ్చును. ఉదాహరణకు 4 గుణాంకమునకు 1 అంగుళము దిండు, 4 అంగుళముల చక్రపువ్యాసముగల వడిచక్రమునుగూడ తయారు చేయవచ్చును. మరియు క్రమశః $1\frac{1}{2}$ అంగుళములు, 5 అంగుళములుగల చాటినిగూడ తయారు చేయవచ్చును. వడిచక్రమును తయారు చేయవలసి యున్నప్పుడు గుణాంకమును నిర్ణయించుటతోపాటు దాని యున్నతమునుగూడ నిర్ణయింపవలసి వచ్చును. కాని చిన్న, పెద్ద ఉన్నతముల యందలి గుణదోషములును, వాటి పరిమితులును యంతశాస్త్రమునకు సంబంధించిన విషయము. ఇచ్చట కేవలము పరిభాషవైపుకు దృష్టి నాకర్షింపవలసి యున్నది.

“తక్కువ గుణాంకము కలిగి ఉన్నతములో చిన్నదిగా నుండునది,” “తక్కువ గుణాంకము కలిగి ఉన్నతములో పెద్ద

దిగా నుండునది", "పెద్ద గుణాంకము గలిగి ఉన్నతములో చిన్నదిగా నుండునది", "పెద్ద గుణాంకము గలిగి ఉన్నతములో పెద్దదిగా నుండునది"— ఈ విధముగా "గుణాంకము, ఉన్నతము"— ఈ రెండు విశేషణములున్న వడిచక్రమును గుర్తించుటకు ప్రాముఖ్యముగలవై వేరువేరు అర్థములను దెలియజేయును.

గుణాంకము, ఉన్నతములుగాక వడిచక్రపు మాకమును గురించికూడ విచారింపవలసిన యావశ్యకత కాన్పించును. ఇప్పటివరకు ఇది దృష్టిలో నుంచుకొనబడలేదు. గుణాంకము, ఉన్నతము ఎంత పరిమాణములో బెంచబడునో అంత పరిమాణములో తూలమును పెరగజేయుకుండుట యుక్తముగ నుండును. కాని యియ్యదికూడ యంత్రీకాస్త్రమునకు సంబంధించిన విషయము.

ఉదాహరణము (15):—80 కడురుచుట్టుగల రాత్నము మీద 30 అంగుళములు వడుకుటకు చక్రము 6 పర్యాయములు తిప్పబడుచున్నచో అనూలునంబ రెంతయుండవలెను?

విధానము :— 30 అంగుళముల దారమునకు చక్రమును ఆరుపర్యాయములు తిప్పవలసివచ్చును. కావున చక్రము నొకపర్యాయము త్రిప్పినచో దారముయొక్క యాకర్షణను అయిదంగుళములగును. ఈ దారమునకు తగిన నంబరు గతసూత్రము ననుసరించి $(\frac{80}{5 \times 4})^2 = 16$ అగును.

మొదటి ప్రకరణములో మనము నిముషము 1 కి పడుకునాని పరిగ్రహణముల సంఖ్యను, ప్రతి పరిగ్రహణము నం

దలి కొత్తదారము పొడవును బరిశీలించి వాని వడుకు వేగమును దాదాపుగా సరియగు నంచనా వేయవచ్చునని తెలిసికొని యుంటిమి. 1 అణా లేక మరి యేదేనొక నిర్ణీతముగు తూకముగల యేకులతో నిట్టి కొత్త దారములెన్ని వడుకుబడినది లెక్కకట్టి వడుకుచున్నప్పుడే దారమునంబరును అంచనా వేయవచ్చుననికూడ మనము రెండవ ప్రకరణములో గ్రహించి యుంటిమి. ఈ ప్రకరణము నందలి యుదాహరణముల ననుసరించి మనము వడుకు సమయముననే మరింత నిరీక్షణము (తనిఖ) గావింపవచ్చును. చక్రపు చుట్లసంఖ్య, కొత్తదారము పొడవు, కదురుచుట్ల ననుసరించి దారము నంబరు ఎంత యుండవలసి నది లెక్కకట్టవచ్చును. ఈ నంబరు రెండవ ప్రకరణమందలి పద్ధతిద్వారా కనుగొనబడిన నంబరుతో సమన్వయము పొందుచున్నది లేనిది, సమన్వయము కుదరకున్నచో అందుకుగల కారణమేమి? జారు డెక్కువగా నున్నదా? లేక దారములో పురులు హెచ్చుతగ్గుగా నున్నవా? పురులలో హెచ్చుతగ్గులున్నచో అందుకు కారణమేమి? చేతియందలి దోషములు లేక మాది తంతువుల యందలి— మాదిరకము నందలి— ప్రత్యేకత, జారు డెక్కువగానున్నచో అందుకుగల కారణము లేమి?— ఈ యంశము లన్నిటిని విచారించి మనము సరియగు దోషముల నన్వేషించి అందుకుతగిన నివారణోపాయము ననుసరింపవచ్చును.

ఈ విధముగ నిరీక్షణము గావించుచుండ అప్పుడప్పుడు ప్రతి పరిశీలనము నందలి కొత్తదారముపొడవులోను,

చక్రపు చుట్లసంఖ్య పరిమాణములోను కొంత మార్పు కలుగుచుండునని గోచరించును. మొదటి పరిక్రమణములో చక్రము 6 పర్యాయములు తిరుగునపుడు 30 అంగుళముల క్రొత్త దారము వడుకబడుచో రెండవదానిలో 29 అంగుళములు వడుకబడును. ఒకప్పుడు 30 అంగుళముల దారమునకు చక్రమును 6 పర్యాయములు తిప్పవలసి వచ్చునెడల మరియొకప్పుడు చక్రముయొక్క 5¹/₂ చుట్లలోనే 30 అంగుళముల దారము వడుకబడును. పిమ్మట అవసరము లేకపోయినప్పటికి చక్రము సగమువరకు తిప్పబడును. దీని తాత్పర్యమేమనగా ప్రతి పరిక్రమణములోను దారముయొక్క నంబరుగాని లేక పురియొక్క పరిమాణముగాని మారునన్నమాట. మాల జారుడుకూడ నిందుకు కారణము గావచ్చును. కాని యొక పరిక్రమణము తరువాత వెంటనే మరియొక పరిక్రమణములోనే జారుడుయొక్క పరిమాణ మింతగా మార్పుచెందుట క్వచిత్తుగా మాత్రమే సంభవించును. ఏమైనను ప్రతి పరిక్రమణములోను దారమునంబరుకుగాని, పురికిగాని యిట్టి యసమానత యుండుట యుక్తముగాదు. ఈ యసమానత యెంత తక్కువగానున్న వడుకు అంత శ్రేష్టమని భావించవలెను. ఏకులో మృదుత్వ, కాఠిన్యము లుండుట వలనను, ప్రేళ్ళ పట్టునందలి దోషము వలనను దారము ముతక, సన్నముగా వచ్చుచుండుటచేత వడుకులో నీ యసమానత హెచ్చుచుండును. వడుకువాని నైపుణ్యముకంటె కదురు పరిధిమణము ఎక్కువ వడిగా నుండుటవలనగూడ నిట్టి యసమానత యేర్పడును.

పురియందలి యసమానతను గురించి కొన్ని యంశములను చెప్పిసికొనుట యవసరము. తాడు లేక దారము నొక కొనవద్ద పురి పెట్టినచో పురి, రెండవకొనవరకు చేరుచుండును. అయితే మధ్యలో నెట్టి యాటంకములు లేకుండవలెను. పురి నడక పరిపునందలి నీటిభారవలె నుండదని గుర్తుంచుకొనవలెను. పంపులో ప్రారంభమైన నీరు ముందుకు సాగిపోవుచుండును. కొత్తనీరు వెనుకనుండి మొదటినీటిని నెట్టుకొని పోవుచుండును. పురి యెచ్చట దచ్చటనే నెలకొనిపోవును. మొదటిపురి ఒక స్థలమునుండి మరియొక స్థలమునకు సాగిపోదు. మొదటి పురి, తాడులేక దారము హెచ్చుపురిని అదే స్థలమున భరింపజాలనంతగా నెలకొన్నప్పుడు వెనుకనుండి వచ్చునట్టి కొత్త పురి, దారమందలి యా భాగమంతటిని ద్విష్పచు అట్లు తీర్చుటద్వారా తన రెండవకొనకు నా కొత్తపురిని జేర్చును. అనగా కొత్తపురి తనకు పూర్వమున్న పురిని ముందుకు నెట్టుకొనిపోక ప్రాతపురిని నతిక్రమించి స్వయముగా ముందుకు సాగిపోవునని చెప్పవలసి యుండును. నీరు పంపులోపలనుండి వెడలును. పురి దారముపైనుండి ముందుకు సాగును. అయితే ఒక విషయమున నీటితో పురిని బోల్చువచ్చును. నీ రేవిధముగ తన ముందరనున్న గోతిని నింపిన పిమ్మటనే ముందుకు సాగిపోవునో అదే విధముగ పురికూడ దారములో నేదేనొక స్థలమందలి కనీసపు టవసరమును పూర్తి చేసిన పిమ్మటనే ముందుకు సాగిపోవును. ఏ వైపుననుండి పురి పెట్టబడుచున్నదో ఆ వైపునందలి దారము అసంపూర్తిగా

నుండగా రెండవవైపుదారము హెచ్చుగా పురిపెట్టబడుట సాధ్యముగాదు. పురి పెట్టబడుచున్నట్టి దారపు కొనవైపుననే పురి కొంచెము హెచ్చుగా నుండుటయు, రెండవ కొనవైపున కొంచెము తక్కువగా నుండుటయు విశేషముగా గోచరించును. ఈ విధముగ పురియందు మరియొక గుణము కలదు. పురి, యొక స్థలమున మిక్కిలి హెచ్చైనప్పుడు తక్కువగానున్న వేరొక స్థలమునకు జేరును. కాని దారముయొక్క లావు హెచ్చుతగ్గుగా నున్నప్పుడుగాని లేక మరేవేని యితర అవరోధముల వల్లగాని ఒకే దారమందే పురి యొకచోట తక్కువగా నున్నచో వేరొకచోట హెచ్చుగా గూడ నుండవచ్చును. ఈ విధముగ దారమందేదేనొక భాగమునకు హెచ్చు పురి యవసరమైనయెడల దారముయొక్క యాకర్షణ వేగమును తగ్గించవలసి వచ్చును. దానిని తగ్గించుటవలన చక్రము యొక్క పరిభ్రమణము, దారముయొక్క యాకర్షణము— ఈ రెండింటికి గల యనుసాతము మారిపోవును. ఒకే వేగముతో పురి లభించుచున్నప్పటికి నెట్లసమానత యేర్పడుచున్నదో మనము పైన చెల్లినకొని యుంటిమి. కాని పురి వచ్చునట్టి వేగములోనే యసమానత యేర్పడునెడల నేమగునో కూడ యోచింపవలయును. తక్కి, ధనుష్తక్కిల వడుకులో పురిపెట్టు వేగమునందే అసమానతా దోషముండును. ముందరి యుదాహరణము చూడుడు.

ఉదాహరణము (16):— ఒక ధనుష్తక్కిమీద 8 సెకండ్లలో 30 అంగుళముల క్రొత్తదారము వడుకబడినది.

నూలు నంబరు 16. మొదటి సెకండులో కదురు 80 పర్యాయములు తిరిగినది. ఆఖరు సెకండులో 40 పర్యాయములు తిరిగినది. మొదటి సెకండులో నెంత పొడుగు దారము వడుకబడియుండునది, ఆఖరు సెకండులో నెంత వడుకబడియుండునది తెలుపుడు ?

విధానము :— మొదటి సెకండులో కదురు 80 పర్యాయములు తిరిగినది. నూలునంబరు 16. మూడనిపురి నూత్రము ననుసరించి యా దారముయొక్క సరియగు పొడవు $80 \div (\sqrt{16} \times 4) = 5$ అంగుళములుండవలెను.

ఆఖరు సెకండులో $40 \div (\sqrt{16} \times 4) = 2\frac{1}{2}$ అంగుళములుండవలెను.

ఈ సమాధానములను సావధానముగ గమనింపుడు. 8 సెకండ్లలో 20 అంగుళముల దారము వడుకబడెనని లెక్కలోనే చెప్పబడినది. అనగా నిముషమునకు సగటున 4 అంగుళముల దారము వడుకబడెను. కాని మొదటి సెకండులో 5 అంగుళములు వడుకబడినపుడు ఆఖరు సెకండులో $2\frac{1}{2}$ అంగుళములుమాత్రమే వడుకబడినది. తక్కిగాని, లేక ధనుష్ తక్కిగాని అవిచ్ఛిన్నముగా నొకేవేగముతో దిరుగదని మనకు దెలియును. అట్లవి తిరుగుటతోపాటు కొత్తదారమును లాగునట్టి వేగమునుగూడ క్రమముగా తగ్గించవలసివచ్చును. దారమును లాగునట్టి వేగము నొకేరీతిగా నుంచినచో నూలునంబరు మారుచుండును. ఈ మార్పు వ్యతిరేకపు లెక్కవలన నేర్పడును. పురి తక్కువగుచున్నకొలది అదేప్రాప్తిని దారము లావగు

చుండును. అప్పుడే అయ్యది బలముకలది కాగలుగును. కాని యీవిధముగా పురిలోపమువలన వాస్తవమునకు జరిగెడిదేమనగా ఏకు తంతువులు తక్కువగా పట్టుకొనబడును. మరియు తంతువులు తక్కువగా పూరింపబడి దారము సన్నముగుచుండును. అది యెంత సన్నముగునో అంతగానే దానియందలి పురియావశ్యకత హెచ్చుచుండును. అట్టి యావశ్యకత హెచ్చుచున్నకొలది యేకు కొనవరకు కొత్తపురిని చేర్చుటలో యాలస్యముగును. ఈవిధముగ నొక దోషమువలన మరి యొకదోష మేర్పడును. మరియు రెండవదోష మేర్పడుట వలన నది మొదటిదోషమును అనేకరెట్లు వృద్ధిపరచుచుండును. తత్ఫలితముగా తుదకు దారము తెగిపోవును. మనము మన కళ నుపయోగించి పురియందలి యీ యసమాన వేగములో గూడ వేళ్ళపట్టును వశములో నుంచుకొని సమానముగా దారమును దీయుటకు బ్రయత్నింపవలసివచ్చును. రాత్నములో కదురు దాదాపు ఒకేవేగముతో దిరుగును. పురి సమానత సంబంధించినంతవరకు రాత్నముమీద వడుకుటకంటె తక్కి లేక ధనవ్ తక్కిమీద వడుకుట కొంచెము కష్టముగును. తక్కిమీద అరచేడికంటె వేళ్ళతో వడుకుటలోను, ధనవ్ తక్కిమీద ఒంటిపట్టికిబదులు జములుపట్టి నుపయోగించు వలనను పురిలో వేగము అసమానముగా నుండునట్టి యిబ్బంది కొంత వరకు తగ్గిపోవును. కదురు వేగమును సమానముగ నుంచుట దృష్ట్యా రాత్నములో సాడీకంటె దిండు ఎక్కువ యనుకూలముగ నుండును. సాడీ మిక్కిలి తగ్గితముగా తెగును. దానిని

మాటిమాటికి మరమ్మతు చేయవలసివచ్చును. కావున దాని వ్యాసము మారుచుండును. వ్యాసము మారుటవలన కదురు చుట్ల సంఖ్యయు, కదురు తిరుగునట్టి వేగముయొక్క- పరిమాణమున్ను మారుచుండును.

కాని కదురు వేగము ఒకేరీతిగా నున్నప్పటికి ఆరంభములో కొత్తదారము వేగపూర్వకముగాను, తుదకు దారము వేగముగాను వడుకబడుట కవకాశముండును. ఏతత్ కారణము తెలిసికొనుటకు మొదటి ప్రకరణములో చేతిదారముయొక్క యావశ్యకతను దెలుపుచు బేర్కొనబడిన విషయములను దృష్టిలో నిడికొనుడు. అచ్చట చేతిదార మెంత పొడవుగా నుండునో అంతగా పురిని తనలో నిముడ్చుకొనునట్టి దాని శక్తి హెచ్చగునని చెప్పబడినది. దారమెంత పొడవో అంతే పురిని ఒక కొననుండి రెండవ కొనవరకు చేర్చునట్టి దాని శక్తి స్వల్పమనుటయే యిందలి తాత్పర్యము. చేతిదారములో కొత్తదారము పురిపెట్టబడుచున్నకొలది యేకువరకు పురిచేరుటలో నాలస్యముకూడ హెచ్చగుచుండును.

ఇట్టి యాలస్యము జరుగకుండుటకు—

(1) తక్లిగాని కదురుగాని తిరుగునట్టి వేగము ఒకేరీతిగా నుండవలెను. దానితోపాటు కదురు కొననుండి యేకువరకు మధ్యగల యంతరముకూడ మొదటినుండి తునివరకు సమానముగ నుండవలెను.

కదురు కొనకు, ఏకు కొనకు గల యంతరము పెరుగుచున్నచో ఉచిత సరిమాణములో కదురు లేక తక్లి తిరుగునట్టి

వేగముకూడ పెరుగుచు పోవుచుండవలెను. ఈ రెండు విషయముల నాచరణలో బెట్టుట శక్యముకానియెడల దారమును లాగునట్టి ప్రాథమిక వేగమును ఉచిత పరిమాణములో తగ్గించుచూపోవలెను. మిల్లులలో మొదటి నిబంధన పాటింపబడును. అచ్చట రెండు మూడు నిబంధనలను గురించి యాలోచింపవలసిన యగత్యమే యుండదు. చేవడుగులో ఒకటి, రెండు నిబంధనలను మనము కార్యరూపములో బెట్టజాలము. ఇంతే కాదు. తక్కి, ధనుష్ తక్కిల వడుగులో మనము రెండవ నిబంధనకు పూర్తిగా వ్యతిరేకముగ బ్రవర్తించు చున్నాము. తక్కి, కదురులయొక్క కొనకును, ఏకు కొనకును మధ్యగల యంతరము పెరుగుచున్నకొలది నాటి వేగము పెరుగకపోగా తగ్గిపోవుచుండును. తుదకు మనకు మూడవ విషయము నిలిచి యుండును. అది చేరువలోనుండు మేరకు దారమును సవ్యయగా తీయగలుగుదుము. ఇందెంత లోపముండునో దారమంత అప్రశస్తముగా తయారగును. ఇచ్చట తక్కి వడుకు విధానమును గురించిన యొక ప్రత్యేక విషయము బోధపడగలదు. వేళ్ళతోగాని, అరచేతితోగాని తక్కిని కుడియిచ్చి తిప్పిన పిమ్మట తక్కి దండముపైనుండి యా చేతినెత్తి దానిని వడుకుమీదికి తీసికొనిపోవుదుము. ఘనమారుగా చేతిదారము పొడవు దూరములో ఆ చేతితో తేలికయగు వేళ్ళపట్టునందు వడుకుదారము నిలిసియుంచబడును. ఆరంభములో నీ వేళ్ళ పట్టును గొంచెముగా నొక్కిపట్టి పురి త్వరితముగా నాక మించు కొనునట్లుల నచ్చటనే నిరోధింతుము. తక్కి వేగము

తక్కువగుచున్న కొలదియును, దాని కొననుండి యేకు కొన వరకుగల దూరము పెరుగుచున్న కొలదియును వ్రేళ్ళపట్టును గొంచెము సడలించి పురిని సమతులన మొనర్చుటకు మనము బ్రయత్నింతుము. తక్కి వడుకులో నిదియొక విశిష్టలక్షణము. పైన బేర్కొనబడిన నిబంధనలకు మన సాధనములు ప్రతికూల ములైనప్పటికీ ఈ వ్రేళ్ళపట్టు సహాయమున మనము పురిని సంగ్రహించి మరల దానిని సమతులనముకూడ జేయుదుము. రాత్తుములో రెండు చేతులును ఆగియుండును. కనుక పురా తన కాలమందలి కొన్ని కొన్ని ప్రాంతములలోని వడుకువారు కాలి బొటనవ్రేలిని మోపుదురు. బొటనవ్రేలు మోపుట ద్వారా పైన జెప్పబడినరీతిగా పురియొక్క సమతులనము, ఆ వెన్వేంటనే చేతిదారమును చిన్నదిగానుంచుచు పురి యాక్రమణమును నిరోధించి వడుకుట—ఈ రెండు కార్యములను వారు సాధింతురు. చేతిదారమును చిన్నదిగా నుంచుటవలన చిన్న వడుకు బారలో సయితము వారు క్రొత్తదారమును పొడవుగా దీయుదురు.

మొదటి ప్రకరణములో క్రొత్తదారము పెద్దదిగా నుండ వలెనా చిన్నదిగా నుండవలెనా యను విషయమునుగురించి విపులముగా జర్పించబడినది. పురియొక్క సమతులనముదృష్ట్యా చిన్న క్రొత్తదారము ప్రయోజనకరమను నూతనాంశమొకటి యిచ్చుట దెలిసికొనుట కవకాశ ముండగలదు.

ఇప్పటివరకు మనము పురియననేమియో, సూలుకు పురి యొక్క యవసరమేమో, పురికిగల పరిమితులేవో, అందుకు

సంబంధించిన లెక్క లెట్లు చేయబడునో, ఆ లెక్కల సహాయమువలన పురియొక్క సాధనములందలి సామర్థ్యమును, గుణదోషములను ఎట్లు పరీక్షించగలమో తెలిసికొనియుంటిమి. వడుకుశాస్త్రమందు పురి నధ్యయనమొనర్చుటకు పురినిగురించి మరికొన్ని నూత్నాంశములుగూడ దెలిసికొనుట యవసరమై యున్నది. కాని యిచ్చుట నట్టి నూత్నాంశములలోనికి బోవుట యావశ్యకమని భావించలేదు. కేవలము పురియొక్క ప్రతిక్రియనుగురించి ప్రతి వడుకువారికి నుపయోగకరమగుచు నేటివరకు బేర్కొనబడజాలని కొన్ని యంశములను కొలదిగా వివరించి యీ ప్రకరణమును పరిసమాప్తి గావించెదము. పురిలో ప్రతిక్రియను గుణము కలదు. అనగా అది సులభముగా స్థిరమై యుండదు. అది వెడలిపోవుటకు బ్రయత్నించును. ఏ పరిభ్రమణమువలన నూలు పురిపెట్టబడియుండునో దానికి పూర్తిగా విరుద్ధమగు పరిభ్రమణముతో నూలు విప్పుకొనిపోవునట్టి ప్రయత్నము జరుగును. పురిపెట్టబడునట్టి తంతువులు ఈప్రయత్నమునకు మూలకారణము. పురివలన తంతువు లొకదానితో నొకటి బలాత్కారముగా నంటుకొనియూండ వలసివచ్చును. ప్రత్యేకవిధముగా తిరిగిపోవలసివచ్చును. పురివలన కలుగు నీ బలాత్కారమును తట్టుకొనుటకు తంతువులకు శక్తియున్నంతవరకు అవి పురిని ప్రతిఘటించును. ఆవశాశము లభించినపుడు పురిని బయటకు వెడలించునుకాని చెమ్మవలన సధికముగా కాలము గడచుచున్నకొలది తంతువులయందలి యీ ప్రతీకారశక్తి క్షీణించిపోవును. ఒక సర్వాయ మట్టి

ప్రతీకారశక్తి యంతరించినచో పురియందలి శక్తి పూర్తిగా స్థిరపడిపోవును. అది స్థిరపడినంతవరకు దారము తాజాపురి కలది యని చెప్పబడును. పిమ్మట నది స్థిరమైన పురికలదిగా బేర్కొనబడును.

కొంతమంది మొదట త్వరత్వరగానే అసంపూర్తి పురి కలిగిన కొత్తదారమును వడుకుదురు. మరియు తుదకు ఏకును పట్టుకొన్న చేతిని నిలిపి చక్కమును సగముగాని లేక ఒక పర్యాయముగాని తీప్పి దానిని పురిపెట్టుదురు. ఇట్టి వడుకు వద్దతి తప్ప. ఇట్లు వడుకబడిన నూలులో స్థితిస్థాపకత తగ్గి పోవును. వలనన తంతువులయొక్క రెండు కొనలును పురిలో బంధింపబడినపిమ్మట వాటికి పురి లభించును. తంతువుయొక్క యొక కొన విప్పుకొనియున్నంతవరకు పురి యొత్తిడియొక్క యావశ్యకత ననుసరించి తంతువు ముడుచుకొనగలదు. కాని రెండు కొనలును బంధింపబడినపిమ్మట పురియొక్క యొత్తిడి పడుటవలన నది ముడుచుకొనజాలదు. ఇట్టి స్థితిలో దానిపై బురియొక్క యొత్తిడి పడుచుండినచో దాని స్థితిస్థాపకత తగ్గి అది తొందరగా తెగును. కావున దారమును లాగునపుడే దానికి పూర్తియైన పురి లభించుచుండవలెను. దానివలన పెక్కు లాభములు గలవు. దారమును పూర్తిగా పురిపెట్టిన పిమ్మటనే, ముందుకు సాగిపోవుటవలన నది యెక్కువ బలముగా నుండుటచే వేళ్ళపట్టునుగూడ నెక్కువగా నణచియుంచి వడుకుట సాధ్యమగును. అణచియుంచిన వేళ్ళపట్టుతో వడుకుట వలన దారములో తంతువు లాకర్షింపబడి తమకుగల హెచ్చు

పొడవులో బట్టుకొనబడును. అకర్షింపబడి పట్టుకొనబడుట వలన పురి చక్కగా నెలకొనును. మరియు కొత్తదారము పూర్తియైనపిమ్మట చక్కమును దిద్దుచుండునట్టి సమయము వ్యర్థముగాదు. కావున వడుకు వేగముకూడ వృద్ధిచెందును. చేతి నణచిపట్టి వడికినపిమ్మటగూడ పురి నెలకొనుటలో నుండు దోషమును నివారించుటకు నూలును ఆసుపోసినపిమ్మట చిలపను కొలది గంటలపాటుండనిచ్చుట యొక సాధనము.

మీరు ప్రతిదినము ఒక కట్టు నూలువడికి ఆసుపోయు చుండునెడల చిలపను ఆసునుండి తీసివేయునపు డన్నిటికంటె తాజాకట్టులో పురియొక్క ప్రతీకార మన్నిటికంటె నెక్కువగా నుండునని మీరు గమనింతురు. తాజాకట్టు అన్నిటికంటె హెచ్చుగా ముడుచుకొనును. ఇందుకు, కొన్ని గంటలకు పూర్వ మాసుపోయబడిన కట్టులో పురి నెలకొని యుండుటయే కారణము. ఒకవేళ వడికిన తరువాత కండెను వెంటనే యాసుపోయకున్నను పురి నెలకొనవచ్చును. ఈ దృష్ట్యా కదురుమీద కాగితపు ముక్కలనుంచి వడుకుటయు, కండెలు పోగుపడిన తరువాత నొక్క పర్యాయముగా నాసు పోయుటయు ప్రయోజనకరము కావచ్చును.

పురి చక్కగా నెలకొనునట్లు చేయుటకు నూలుకు చెమ్మ కలిగించుట రెండవ సాధనము. ఈ క్రియ యనేకరీతులుగా జేయబడును. ఆసు పోయునపుడు తడిగుడ్డగుండా దారమును తీయుట, ఆసుపోసిన తరువాత చిలపమీద తడిగుడ్డ పీలికను జుట్టుట, ఏదేనొక పిచ్చికారుతో చిలపమీద సీటిని

జలకరించుట, లేక చిలవ నంతటిని ఆసుతోసహా నీటిలో నుంచుట— ఈ విధముగ బెక్కు మార్గములుగలవు. ఈ రీతిగ చెమ్మను గలిగించునట్టి క్రియను “పూత్కారింతుట” యని చెప్పుదురు. పూర్వకాలమున నోటిలో నీరు నింపి చిటకరించుచుండెడివారు. దానినిబట్టి పూత్కారింతుట యను శబ్ద మేర్పడినట్లు కనబడుచున్నది. పూత్కారింతుట యను నంశమును గురించి తొలిపాఠశాలములో గూడ నయిదవ యదాహరణమునకు బిమ్మట గొంతవరకు జర్పించబడినది. ఏ పరిస్థితిలో చెమ్మను గలిగించ వలసినది, యెంతవరకు గలిగించ వలసినది, వాస్తవముగా చెమ్మ కలిగించుటవలన నందుకుపడిన శ్రమకు తగిన ప్రయోజనమున్నది, లేనిది యింకను ప్రయోగముద్వారానే తెలిసికొన వలసిన విషయమైయున్నది. ఆసుమీద కొన్ని గంటలపాటు నూలు నుండనిచ్చుటలోను, ఆసు పోయునపుడు దారమును నీటిగుండాగాని లేక తడిగుడ్డగుండాగాని తీయటలోను ప్రయోజనము కలదనుట కేమియు సందేహములేదు. వర్షపు దినములలో నూలు చక్కగా వచ్చును. అందుకుగల కారణమొకటి యేమనగా తంతువులలో తడి యుండుటవలన దారములో పురి చక్కగా నెలకొనును. మిల్లులలో వడుకు గడిలోనికి ప్రత్యేకమైన యావిరి విడిచిపెట్టి తడిని బుట్టించుదురు. ఏదేనొక త్రాడును పురిపెట్టవలసి యున్నగాని లేక మాలను తయారుచేయవలసి యున్నగాని దారమును తడిచేసి పురిపెట్టుదురు. ఏలనన తడివలన పురి త్వరితముగా నెలకొనును.

పురి నెలకొనునొక పాటఁ దొని సవ్యాససవ్యసాచిభీము
ణమును గురించికూడ గొంతవరకు దెలిసికొనవలెను. పురి
చక్కగా నెలకొన నంతవరకు ప్రతిక్రియా లక్షణములన నది
అపసవ్యముగా పరిభ్రమణము చెంది విష్ణుకొనిపోవుట కవ
కాశ ముండునని నైన బేర్కొనబడినది. మామూలు నాడుక
భాషలో దారము తయారగునపుడు అది యేవైపున త్రిప్పి
బడినదో దానిని పురి సవ్యముగా తిరుగుటయని చెప్పవచ్చును.
అది విష్ణుకొనునట్టి నైపు అపసవ్యముగా తిరుగుట యనబడు
చుండెను. కాని యిప్పుడు సవ్యాససవ్యమును పురియగుటకు
ప్రత్యేకమైన యర్థము నిర్ణయించబడినది. గడియారము నూల్లు
వలె, అనగా నెడమతిట్టునుండి కుడితిట్టుకు కదురు తిరుగుచు
దారము పురిపెట్టుబడు చుండుచో నది సవ్యమైన పురి యన
బడును. సాధారణముగా మిల్లులలోను, చేతి ఎడుకలోను
సవ్యమైన పురిగల నూలే వడుకబడునట్టి సంప్రదాయ మేర్పడి
యున్నది. ప్రత్యేకానసర మున్నప్పుడు అపసవ్యపు పురిగల
దారము తీయబడును. ఒకప్పు డెవ్వరైనను పొరపాటున
గూడ అపసవ్యపు పురిగల నూలు వడుకుదురు. అడ్డ రాట్ను
ములలో కొత్తగా వడుకువా రప్పుడప్పు డిట్టి పొరపాటు
చేయుదురు. వా రొకప్పుడు మాలను అపసవ్యముగా తగి
లింతురు. నడి చక్రమునుండి దిండువైపుకు పోవునట్టి మాల
త్రాడు దిండుకింధుగా తీసికొనబడునప్పుడు కదురు సవ్యమైన
పురి కనువగునట్లు తిరుగును. కాని అప్పుడప్పుడు పొరపాటున
మాలను దిండుకువైగా దీసుకొని నడి చక్రమువైపుకు పోవునట్టి

దాని పారశ్వమును దిండుక్రిందుగా దీయుదురు. ఇందువలన సపసవ్యమైన పురిగల నూలు వడుకబడును. సవ్యాపసవ్య మగు పురులుగల నూళ్లు ఒకదానితో నొకటి కలిసినచో రెండు పరిధ్రమణముల పురియున్నా విప్పుకొని దారము పురి లేనిది కానారంభించును. మరియు మిక్కిలి బలహీనమై పోవును. కావున సిచ్చట వడుకువారు సవ్యమైన పురిని గుర్తించుట మిక్కిలి యవసరము. దిగువ బేర్కొనబడిన మూడు విషయములను దృష్టిలో నిడికొన్నచో సవ్యాపసవ్య మగు పురిగల నూళ్లు ఒకేచోట కలియకుండునట్లు చేయ వచ్చును :—

(1) సవ్యమైనపురికి— చక్రముమీడినండి దిండు మీదికి పోవునట్టి మాలయొక్క భాగము దిండు క్రిందివైపు నుండి పై భాగముగుండా చక్రమునైపుకు తిరుగవలెను. (2) కదురు, గడియారపు ముల్లు తిరుగునట్టి దిశలో వడుకువాని యెడమతట్టునుండి కుడితట్టుకు తిరుగవలెను. పోతయొక్క పరిధ్రమణముజూచి యీ దిశను త్వరితముగా గుర్తించ వచ్చును.

(3) ఆసుపైనుండి చిలకను దీసినపిమ్మట దానిని ఒక కొననుండి వ్రేలాడించినచో రెండవవైపుననుండి తిరిగి వచ్చు నట్టి కొన మన యెడమతట్టునుండి కుడితట్టుకు తిరుగునపుడు ఆ నూలు సవ్యమైన పురికలదని భావించవలెను.

మొదటి రెండు నిబంధనలున్న కుడిచేతి వడుకునకే— కుడిచేతితో చక్రమును దిద్దిపెట్ట, యెడమచేతితో దారమును

దీయుట— వర్తించును. ఎడమచేతి వడుకులో నిండుకు బూర్తిగా విరుద్ధమగు విషయము వర్తించును.

రెండు లేక హెచ్చుదారములను ఒకటిగా గలిపి పురి పెట్టనలసియున్నప్పుడు, మొదటిసారి, దారము ఏ పరిభ్రమణములో పురి పెట్టబడియుండునో దానికి బూర్తిగా విరుద్ధమగు పరిభ్రమణముతో నా దారములు పురి పెట్టబడవలెను. ఇందు పురియందలి ప్రతి క్రియయొక్క ప్రయోజనములను బడసి రెండవ పురి చక్కగా నెలకొని యుండగలదు. మూల త్రాడును తయారుచేయుటకు పురికి సంబంధించిన యీ నిబంధనను జ్ఞాపకముంచుకొనుట ప్రత్యేకించి యవసరమైయున్నది. పురి స్వభావమునకు సంబంధించిన యీ యాంశములను సంగ్రహముగా బేర్కొని యీ ప్రకరణమును ముగించుచున్నాము.

ప రి శిష్ట ము— 1

సూత్రములు

సూత్రము—1 V నూలు సంబంధం \times పురి నియతరాశి—1 అం గుళము నూలులో పురులసంఖ్య.

దీని సంక్షిప్త స్వరూపము— V నూలు "2"—పురులు.

సూత్రము—2 $\left(\frac{\text{పురుల సంఖ్య}}{\text{నియతరాశి}} \right)^2 = \text{సంబంధం}$

సూత్రము—3 మొత్తము దారము పురులసంఖ్య
ఒక అంగుళము దారము పురులసంఖ్య

$$\frac{\text{దారము పొడవు (అంగుళములలో)} \quad \text{అనగా}}{\text{మొత్తము పురులసంఖ్య}} = \text{దారము పొడవు అంగుళములలో}$$

$$V \text{ సంబంధం } \times 4$$

నూత్రము—4

$$(1) \frac{\text{చక్కెపు పరిధి}}{\text{దిండుపరిధి}} = \frac{\text{చక్కెవ్యాసము}}{\text{దిండువ్యాసము}} = \text{కదురుచుట్టు}$$

$$(2) \frac{\text{చక్కెపరిధి గుణకారము}}{\text{దిండుపరిధి గుణకారము}} = \text{కదురుచుట్టు}$$

$$(3) \frac{\text{చక్కెవ్యాసపు గుణకారము}}{\text{దిండువ్యాసపు గుణకారము}} = \text{కదురుచుట్టు}$$

$$(4) \frac{\text{చక్కెముయొక్క యనుపాతాంకముల గుణకారము}}{\text{దిండుయొక్క యనుపాతాంకముల గుణకారము}} =$$

$$\text{కదురుచుట్టు}$$

$$(5) \frac{\text{చక్కెవ్యాసము అంగుళములలో} \times 3}{\text{కదురుదిండు పరిమితి}} = \text{కదురుచుట్టు}$$

(నూలమైన లెక్క)

నూత్రము—5 (కచ్చితపు కదురుచుట్లు సంఖ్య \div దారము
యొక్క యాకర్షణము, అంగుళములలో \div పురి నియత
రాశి)² = నూలు సంబంధం.

నూత్రము—6 V సంబంధం \times ఆకర్షణము అంగుళములలో
 \times నియత రాశి = కచ్చితపు కదురుచుట్లు సంఖ్య.

ప రి శిష్ట ము— 2

పురి పెట్టుటలో రాత్నమునకు గల శక్తి పెరుగుటకు, తగ్గుటకు గల కారణములు.

(1) పెరుగుటకు కారణములు :—

1. చక్రము పెద్దదియగుట
2. కదురు సన్నముగానుండుట
3. దిండు లేని కదురునుంచుట
4. వడిచక్రము నుపయోగించుట
5. దండముయొక్క సహాయముతో చక్రమును వేగముగా దిప్పుట.

(2) తగ్గుటకు కారణములు :—

పైన బేర్కొనబడిన కారణములకు విరుద్ధమైన కారణములుగాక కొన్ని ప్రత్యేక కారణములు మాత్రమే దిగువ నీయబడుచున్నవి.

1. చక్రము గుండ్రముగా లేకుండుట
2. తాళిళ్ళు వదులుగానుండుట
3. సులభముగా వంగునట్టివిగానుండుట
4. మాల లావుగానుండుట
5. సాడీ లేక దిండును ఎక్కువ లావుగా తయారు చేయుట.

సూచన :—పైన బేర్కొనబడిన కారణములలో చారుడుకు సంబంధించిన కారణములు చేర్చబడలేదు.

పరిశిష్ట సంఖ్య 3

రాత్నముయొక్క ఒక పరిభ్రమణములో వేరువేరు సంబద్ధ నూలు వడుకుటకు వేరువేరు ఆకర్షణముల ననుసరించి కచ్చితపు చుట్టెన్ని కావలసినది తెలుపునట్టి పట్టిక.

నూలు సం.	సంబద్ధ వర్గ మూలం	2½	3	3½	4	4½	4¾	5	5½	6
4	2	20	24	28	32	34	36	38	40	41
6	2.45	—	—	—	39	42	44	47	49	54
9	3	—	—	—	48	51	54	57	60	66
10	3.16	—	—	—	50	54	57	60	63	70
12	3.47	—	—	—	55	59	62	66	69	76
14	3.74	—	—	—	60	64	67	71	75	82
16	4	—	—	—	64	68	72	76	80	88
20	4.36	—	—	—	73	76	80	85	89	98
24	4.89	—	—	—	80	85	90	95	100	110
30	5.48	—	—	—	88	93	99	104	110	120
36	6	—	—	—	96	102	108	114	120	132
40	6.32	—	—	—	101	108	112	120	126	139
50	7.07	—	—	99	113	120	127	134	141	156
60	7.75	—	93	108	124	132	139	147	155	—
70	8.37	—	100	117	134	142	150	159	167	—
80	8.94	89	107	125	143	—	—	—	—	—
100	10	100	120	140	160	—	—	—	—	—
120	10.95	110	131	153	175	—	—	—	—	—
150	12.25	122	147	171	—	—	—	—	—	—
200	14.14	141	169	—	—	—	—	—	—	—
300	17.32	173	—	—	—	—	—	—	—	—
400	20	200	—	—	—	—	—	—	—	—

గమనింపు:— చక్రముయొక్క పరిభ్రమణము, దారము యొక్క యాకర్షణము, చుట్టయొక్క సంఖ్య— వీటి పరస్పర సంబంధమును గురించిన వివరములును, భోగట్టాయున్న ఉదాహరణము 10 నుండి 13 వరకు ఇవ్వబడినవి.

